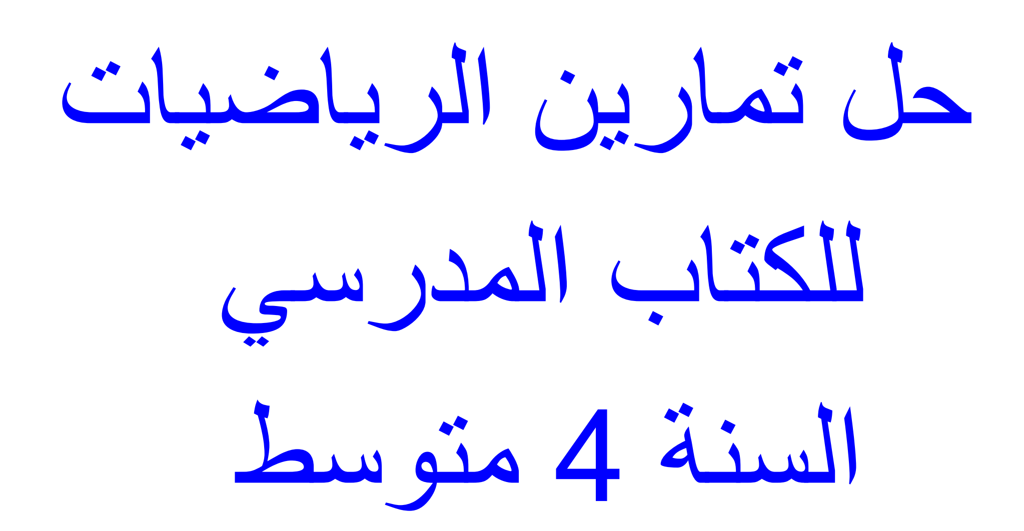


حل تمارين الرياضيات للكتاب المدرسي

السنة 4 متوسط

للأمانة العلمية: هذا العمل عبارة عن تحويل قرص الرفيق في الرياضيات إلى كتاب قابل للطباعة. أرجو الدعاء بظهر الغيب لصانعه وشكرا :)

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تطبيقات

التطبيق 1

3 قاسم لـ 15 ، 9 مضاعف لـ 3
1 قاسم لـ 76 ، 55 قاسم لـ 550

التطبيق 2

أ)- 3553 قاسم لـ 17 خطأ
ب)- 19 قاسم لـ 3553 صحيح
ج)- 3553 مضاعف 11 صحيح
قواسم 3553 هي 1 ، 3553، 11، 17 ، 19 ، 323، 209، 187

التطبيق 3

قواسم 32 هي 1، 32 ، 2، 4، 8، 16
قواسم 14 هي 1، 14 ، 2، 7
قواسم 17× 5 هي 1، 17×5 ، 5، 17
قواسم 13×11×2 وهي 1، 286 ، 2، 143 ، 11، 26، 13 ،22

التطبيق 4

أ)- القواسم المشتركة للأعداد 20، 60، 70 هي :
1، 2 ، 5، 10
ب)- القواسم المشتركة للعددين 30 ، 45 هي : 1، 3، 5، 15
ج)- القواسم المشتركة للعددين 36 ، 56 هي : 1، 2، 4

التطبيق 5

1- نعم 3 قاسم مشترك للعددين a,b
2- نعم 3×10 قاسم مشترك للعددين c,b
3- $7^3\times3^4$ ليس قاسم مشترك للعددين c,b

التطبيق 6

أ- 1يقسم 0 (صحيح)
ب- 3 يقسم 15 (صحيح)
ت- 0 يقسم 15 (خطأ)
ث- 9 قابل للقسمة على 4 (خطأ)
ج- 12 قاسم 16 (خطأ)
ح- 27 قابل للقسمة على 9 (صحيح)
خ- 14 يقسم 14 (صحيح)
د- 17 مضاعف 17 (صحيح)
ذ- 5 يقسم 35 (صحيح)
ر- 35 مضاعف 5 (صحيح)

التطبيق 7

أ- PGCD (2175 ،1044) =87
ب- PGCD (11484 ، 3564) = 396
ت- PGCD (928 ، 580) = 116

التطبيق 8

$\frac{49}{86}$ كسر غير قابل للاختزال

$\frac{6}{12}$ كسر قابل للاختزال

$\frac{150}{70}$كسر غير قابل الاختزال

$\frac{15}{7}$كسر غير قابل للاختزال

$\frac{15}{35}$كسر قابل للاختزال

$\frac{105}{9}$كسر قابل للاختزال

$\frac{21}{3^2}$كسر قابل للاختزال

الأعداد الطبيعية و الاعداد الناطقة - تطبيقات

التطبيق 9

أ- $\frac{444}{888}=\frac{1}{2}$ ، $\frac{1978}{732}=\frac{989}{366}$

$\frac{704}{204}=\frac{176}{51}$ ، $\frac{315}{399}=\frac{15}{19}$

ب- $\frac{310}{651}=\frac{10}{21}$ ، $\frac{201}{101}=-$

$\frac{520}{240}=\frac{13}{6}$ ، $\frac{91}{77}=\frac{13}{11}$

$\frac{104}{136}=\frac{13}{17}$

التطبيق 10

1- $\frac{25+35+50}{40+70}=\frac{110}{110}=1$

$\frac{18+21}{102+45}=\frac{39}{147}=\frac{13}{49}$

$\frac{12+24}{8+18}=\frac{36}{26}=\frac{18}{13}$

2- $\frac{70-45}{35-20}=\frac{25}{55}=\frac{5}{11}$

$\frac{52-36}{44-22}=\frac{16}{22}=\frac{8}{11}$

التطبيق 11

1- $\frac{19}{285}=\frac{1}{15}$ ، $\frac{693}{845}=1$

$\frac{99396}{63108}=\frac{2761}{1753}$ ، $\frac{798}{285}=\frac{14}{5}$

2- $\frac{99396}{63108}=\frac{2761}{1753}$ ، $\frac{79800}{28500}=\frac{14}{5}$

$\frac{798\times 5}{285\times 3}=\frac{70}{15}$ ، $\frac{63108}{36}=1753$

التطبيق 12

أ- العددان 21 و 55 أوليان فيما بينهما
ب- العددان 63 و 110 أوليان فيما بينهما
ت- العددان 78 و 285 ليس أوليان فيما بينهما
ث- العددان 15 و 10 ليس أوليان فيما بينهما

التطبيق 13

العددان $2a$ و $4b$ أوليان فيما بينهما

التطبيق 14

أ- لا يوجد عددين زوجيين أولين فيما بينهما
ب- 3 و 5 أولين فيما بينهما
ج- لا يوجد مضاعفين للعدد 3 أوليين فيما بينهما

الاعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

التمرين 1

تمرين 1:

أ) 12855   ب) 7845   ج) 38 خطأ   د) 315

التمرين 2

الرقم الذي يكمل العدد 3.0 حتى يقبل القسمة على 9 هو 6

الرقم الذي يكمل العدد 12.7 حتى يقبل القسمة على 9 هو 8

التمرين 3

1. بما أن 14 يقسم 42 فإن 14 يقسم كل مضاعفا لــ 42 أي يقسم 42 x

بما أن 14 يقسم 56 فإن 14 يقسم كل مضاعف لــ 56 أي يقسم 56y

بما أن 14 يقسم 42x يقسم 56y فهو يقسم مجموعهما 42x + 56y

2. بما أن 14 يقسم 42x و يقسم 56y فهو يقسم فرقهما 42x− 56y

التمرين 4

1. بما أن العوامل 2 , 7 , 11 في تحليل b توجد في تحليل a فإن b قاسم لــ a

$$= \frac{2\times11\times125\times7}{1} = 19250$$

$$q = \frac{a}{b} = \frac{2^4\times5^3\times11^2\times7^4}{11\times7^2\times2^3}$$

2)− بما أن العوامل 10،8،3 في تحليل b توجد في تحليل a فإن b قاسم a

$$q = \frac{a}{b} = \frac{3^5\times10^3\times8^4}{3^4\times8^3\times10^2} = \frac{240}{1} = 240$$

التمرين 5

قواسم 36 هي 1، 36، 2، 3، 6، 4، 9، 12، 18

قواسم 56 هي : 1، 56، 2، 4، 7، 8، 14، 28

قواسم 24 هي 1، 24، 2 ، 3، 6، 4، 8، 12

القواسم المشتركة هي 1 ، 2، 4

التمرين 6

$$\frac{x}{y} = \frac{264}{432} = \frac{11}{18}$$

التمرين 7

$$A = \frac{\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\times\frac{1}{5}}{\frac{7}{2}-\frac{5}{2}\times\frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{3}+\frac{7}{15}}{\frac{7}{2}-\frac{5}{8}} = \frac{\frac{10}{15}+\frac{7}{15}}{\frac{28}{8}-\frac{5}{8}}$$

$$= \frac{\frac{17}{15}}{\frac{23}{8}} = \frac{17}{15}\times\frac{8}{23} = \frac{136}{345}$$

$$B = \frac{1}{\frac{4}{9}+\frac{2}{5}} = \frac{1}{\frac{20}{45}+\frac{18}{45}} = \frac{1}{\frac{38}{45}} = \frac{45}{38}$$

$$C = \frac{\frac{3}{7}}{14} = \frac{3}{7}\times\frac{1}{4} = \frac{3}{98}$$

$$D = \frac{3}{\frac{7}{14}} = 3\times\frac{14}{7} = \frac{42}{7}$$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

التمرين 8

أ- $87 : x = 3$

منه $x=87 : 3$ منه $x = 29$

$84 : 14 = x$

$x = 6$

منه $3x = 18$ منه $x = 18 : 3$ منه $x = 6$

ب)- $3(x-1) = 120$ منه $3x - 3 = 120$

منه $3x = 120+3$ منه $3x = 123$ منه $x = \frac{123}{3}$

$4(x+2) = 48$ منه $4x+8 = 48$

منه $4x = 48-8$ منه $4x = 40$

منه $x = \frac{40}{4}$ منه $x = 10$

جـ) $12(36-2x) = 144$ ومنه $432 - 24x = 144$

منه $24x = 432 - 144$ منه $24x = 288$

منه $x = \frac{288}{24}$ منه $x = 12$

التمرين 9

$5^7 = 5^3 \times 5^4$ منه 5^3 قاسم لــ 5^7 و 5^4 قاسم لــ 5^7

$7=3+4$ ، $7 = 5+2$ ، $7 = 7+0$ ، $7 = 6+1$

قواسم 5^7 هي 1 ، 5^7 ، 5، 5^6 ، 5^3 ، 5^4 ، 5^2 ، 5^5

التمرين 10

قسمة 402 على x الباقي 12 معناه : $402 = x \times 5 + 12$

قسمة 488 على x الباقي 8 معناه : $488 = x \times 5 + 8$

لدينا : $\left.\begin{matrix} 402 = x \times 5 + 12 \\ 488 = x \times 5 + 8 \end{matrix}\right\}$ منه $\left.\begin{matrix} 402 - 12 = x \times 5 \\ 488 - 8 = x \times 5 \end{matrix}\right\}$

منه $\left.\begin{matrix} 390 = x \times 5 \\ 480 = x \times 5 \end{matrix}\right\}$

منه x قاسم مشترك للعددين 390 ، 480 PGCD

$(390 ,480) = 30$

إذن : $x = 30$

التمرين 11

$$A = 5 \times (\frac{1}{5})^2 - 3 \times \frac{1}{5} - 2$$

$$= 5 \times \frac{1}{25} - \frac{3}{5} - 2$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{3}{5} - \frac{10}{5} = -\frac{12}{5}$$

$$B = (-5 \times \frac{1}{5} + 1)(\frac{1}{5} + 2)$$

$$= (-1+1)(\frac{1}{5} + \frac{10}{5})$$

$$= 0 \times \frac{11}{5} = 0$$

$$c = (\frac{1}{5})^2 + 2 \times \frac{1}{5} + 1$$

$$= \frac{1}{25} + \frac{2}{5} + 1 = \frac{1}{25} + \frac{10}{25} + \frac{25}{25}$$

$$= \frac{36}{25}$$

$$x = \frac{-4}{3}$$

$$A = 5 \times (\frac{-4}{3})^2 - 3 \times \frac{-4}{3} - 2$$

$$= 5 \times \frac{16}{9} + 4 - 2 = \frac{80}{9} + \frac{18}{9} = \frac{98}{9}$$

$$B = (-5 \times \frac{-4}{3} + 1)(\frac{-4}{3} + 2)$$

$$= (\frac{20}{3} + \frac{3}{3})(\frac{-4}{3} + \frac{6}{3})$$

$$= \frac{23}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{46}{3}$$

$$C = -(\frac{-4}{3})^2 + 2 \times \frac{-4}{3} + 1$$

$$= -\frac{16}{9} - \frac{8}{3} + 1 = -\frac{16}{9} - \frac{24}{9} + \frac{9}{9}$$

$$= -\frac{31}{9}$$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

$x = 5\times10^{-3}$

$A = 5\times(5\times10^{-3})^2 - 3\times(5\times10^{-3}) - 2$

$= 5\times25\times10^{-6} - 15\times10^{-3} - 2$

$A = 125\times10^{-6} - 15\times10^{-3} - 2$

$= 0.000125 - 0.015 - 2$

$= -2.014857$

$B = (-5\times5\times10^{-3}+1)(5\times10^{-3}+2)$

$= (-25\times10^{-3}+1)(5\times10^{-3}+2)$

$= (-0.025+1)(0.005+2)$

$= 0.975\times2.005 = 1.954875$

$C = (5\times10^{-3})^2 + 2\times5\times10^{-3} + 1$

$= 25\times10^{-6} + 10\times10^{-3} + 1$

$= 0,000025 + 0,01 + 1$

$= 1,010025$

التمرين 13

$$A = \frac{72\times45}{27} = 120$$

$$B = \frac{36\times45\times96}{24\times36} = 180$$

$$C = \frac{2\times3\times4\times5\times6^2}{2\times5^2\times3^2\times4\times11} = \frac{2}{55}$$

$$D = \frac{2^3\times5\times3^2}{25\times2^2\times3} = \frac{6}{5}$$

التمرين 14

أ- PGCD (1275,1428)=51

ب- PGCD (43351,21957) =563

التمرين 15

قسمة 280 علىx الباقي 8 معناه $280 = x\times n + 8$

حيث n حاصل قسمة 280 على x

قسمة 3470 على x ، الباقي 5 معناه

$3470 = x\times n' + 5$

حيث 'n حاصل قسمة 3470على x

لدينا $\begin{cases} 280 = x\times n + 8 \\ 3470 = x\times n + 5 \end{cases}$ منه $\begin{cases} 280 - 8 = x\times n \\ 3470 - 5 = x\times n \end{cases}$ منه

$\begin{cases} .1 ....272 = x\times n \\ 2.........3465 = x\times n \end{cases}$

من (1) و(2) نستنتج أن x هو قاسم مشترك للعددين 272 و 3465

وبما أن x أكبر عدد فإن x=PGCD (272,3465)

PGCD (272,3465) =1

إذن x=1

التمرين 16

$b = 1,2\times10^{-2}$, $a = 6,5\times10^{8}$, $C = 0,5\times10^{-5}$

$a\times c = 6.5 \times 10^{8} \times 0.5 \times 10^{-5}$

$= 100002000000 \times 0.000\,000\,0001$

$= 100002\times10^{6} \times 1 \times 10^{9}$

$10^{9} \quad \times 10^{6} \times 10^{5} \times \quad = 1.00002$

$= 1.00002 \times 10^{20}$

التمرين17

المسافة بين الأرض و الشمس :

$d = 23400 \times 6400 = 149760000Km$

$$V = \frac{d}{t}$$

منه $t = \frac{d}{v}$, $t = \frac{149760000}{300000}$, $t = 499.2$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

التمرين 18

نرمز للعددين بـــ : y, x

x + y=81

بما أن27 قاسم مشترك للعددين فإن :

$x= 27\times n$, $y= 27\times n$

(n , n' عددان طبيعيان غير معدومين)

بالجمع نجد : $27\times n+27\times n'=81$

منه $27\times(n+n')=81$

منه $n'+n=\frac{81}{27}$

نضع : $n'=2$, $n=1$

بالتعويض نجد :

$x=27\times 1=27$

$y=27\times 2=54$

التمرين 19

PGCD (378 ; b) = 54

PGCD (378 ; 54) = 54

PGCD (178 ; 108) = 54

PGCD (378 ; 162) = 54

التمرين 20

أ : PGCD (70,70) = 70

ب: PGCD (20 ;100) = 20

ج: PGCD (60 ; 50) = 10

د : PGCD (45 ; 50) = 5

التمرين 21

أ : 13 و 6 أوليان فيما بينهما

ب : 64 و 48 ليسا أوليان فيما بينهما

ج : 7 و 17 أوليان فيما بينهما

د : 12 و 130 ليسا أوليان فيما بينهما

هـــ : 35 و 31 أوليان فيما بينهما

د : 33 و 9 ليسا أوليان فيما بينهما

التمرين 22

PGCD (231 ; 7) = 7

PGCD (77 ; 21) = 7

التمرين 23

$A= 4\times 10^{-5} + 15{,}6\times 10^{-5}$

$= (4 + 15{,}6)\times 10^{-5}$

$=19{,}6\times 10^{-5}$

$=0{,}000196$

$B= 2\times 10^{-2+4} - 2\times 10^{2}$

$= 2\times 10^{2} - 2\times 10^{2}$

$= 0$

$C=\left[(4{,}5+(5{,}5)10^{21}\right]\times\left[(1{,}2+0{,}8)10^{31}\right]$

$=10\times10^{21}\times10^{31}=20\times10^{21+31}=20\times10^{52}=2\times10^{53}$

التمرين 24

أ- 9 قاسم 54 ، 45 قاسم 4455 ،12 مضاعف 4 ، 35 قاسم 70

ب- 48 مضاعف 4 ، 45 مضاعف 5 ، 56 قاسم 56 .

التمرين 25

$\frac{5}{20}=\frac{1}{4};\frac{108}{36}\neq\frac{3}{2};\frac{54}{228}\neq\frac{6}{25}$

$\frac{45339}{49657}=\frac{252}{276};\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

$\frac{48125}{23375}\neq\frac{88263}{160181}$

التمرين 26

أ- $\frac{21a^2}{42a}=\frac{a}{2}$, $\frac{12b}{144ab^2}=\frac{1}{12ab}$

$\frac{13a}{52a^2}=\frac{1}{4a}$

ب- $\frac{75a^2}{105ab^2}=\frac{5a}{7b^2}$, $\frac{54ab}{27a^2b^2}=\frac{2}{ab}$

$\frac{8}{12ab}=\frac{2}{3ab}$

التمرين 27

$$A=1+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}=1,5$$

$$B=1+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{\frac{4}{2}+\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{\frac{5}{2}}$$

$$=1+\frac{2}{5}=\frac{5}{5}+\frac{2}{5}=\frac{7}{5}=1,4$$

$$C=1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}=1+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{4}{2}+\frac{1}{2}}}$$

$$=1+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{5}{2}}}=1+\frac{1}{2+\frac{2}{5}}$$

$$=1+\frac{1}{\frac{10}{5}+\frac{2}{5}}=1+\frac{1}{\frac{12}{5}}$$

$$=1+\frac{5}{12}=\frac{12}{12}+\frac{5}{12}=\frac{17}{12}\cong 1.4166$$

$$D=1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}}=1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{5}{2}}}}$$

$$=1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{2}{5}}}=1+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{12}{5}}}$$

$$=1+\frac{1}{2+\frac{5}{12}}=1+\frac{1}{\frac{24}{12}+\frac{5}{12}}$$

$$=1+\frac{1}{\frac{29}{12}}=1+\frac{12}{29}$$

$$=\frac{29}{29}+\frac{12}{29}=\frac{41}{29}\cong 1,4137$$

نلاحظ أن : $A\rangle B\rangle C\rangle D$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة ـ مسائل

المسألة 1

PGCD (60 , 48 ,36) =12

إذن x =12

المسألة 2

PGCD (72, 48) = 24

عدد باقات الزهور هو 24

48 = 24 × 2 , 72 = 24 × 3

عدد الورود في كل باقة 2

عدد القرنفل في كل باقة هو 3

المسألة 3

PGCD (301, 210) =7

إذن عد الأقلام في كل علبة هو 7

301 = 7 × 43

إذن عدد علب الأقلام الحمراء هو 43

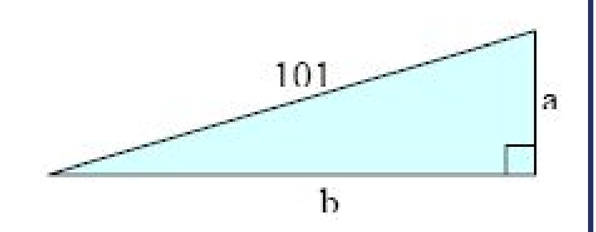
210 = 7 × 30

إذن عدد علب الأقلام الخضراء هو 30

المسألة 4

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{11}+\frac{1}{9}=\frac{9}{99}+\frac{11}{99}=\frac{20}{99}$$

$\frac{20}{99}$ غير قابل للاختزال إذن b= 99 , a = 20



طول الوتر عدد طبيعي

المسألة 5

$15 = x \times n'$, $18 = x \times n$

منه x قاسم مشترك للعددين 18 ، 15

أكبر قيمة للعدد x:

x = PGCD (18 ,15) = 3

3 × 6 = 18

إذن استعملنا هذا الدن 6 مرات لملأ الدن رقم (1)

3×5 =15

إذن استعملنا هذا الدن 5 مرات لملأ الدن رقم (2)

المسألة 6

1)− PGCD (165 , 135) =15

إذن عد العلب هو 15

2) 165 = 15 × 11

إذن عدد الكريات البيضاء في كل علبة هو 11

135 = 15 × 9

إذن عدد الكريات الحمراء في كل علبة هو 9

المسألة 7

PGCD (102 , 78) = 6

أكبر عدد من الرفوف هو 6

102 = 6 × 17

يوضع 15 كتاب التكنولوجيا في كل رف .

78 = 6 × 13

يوضع 13 كتاب الرياضيات في كل رف

13 × 1,5 = 19,5 cm

17 × 1 = 17 cm

19,5 + 17 = 36,5 cm

طول كل رف هو 36,5cm

المسألة 8

1)− PGCD (98 , 70 ,12) = 14

إذن أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين هي 14 سم

2)− 7 + 5 + 3 = 15

إذن عدد الأشجار هو 15

98 = 14 × 7

70 = 14 × 5

42 = 14 ×3

الحساب على الجدور - تطبيقات

التطبيق 1

49 هو مربع للعدد 7

3 هو الجذر ألتربيعي للعدد 9

1 هو مربع للعدد 1

0 هو الجذر ألتربيعي للعدد 0

0,81 هو مربع للعدد 0,9

0,01 هو الجذر ألتربيعي للعدد 0,0001

$\frac{64}{9}$ هو مربع للعدد $\frac{8}{3}$

1,21 هو مربع للعدد 1,1

0,04 هو مربع للعدد 0,2

$\frac{2}{3}$ هو الجذر ألتربيعي للعدد $\frac{4}{9}$

التطبيق 2

أ)

$\sqrt{64} = 8$; $\sqrt{10^6} = 1000$; $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{4}{6}$

ب)

$\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$; $\sqrt{6400} = 80$; $\sqrt{9 \times 10^{-4}} = 0{,}3$

التطبيق 3

$\sqrt{0}$ صحيح

$\sqrt{1}$ صحيح

$\sqrt{-36}$ خطأ لأن (36-) عدد سالب و العدد السالب ليس له جذر تربيعي في الأعداد الحقيقية.

$\sqrt{1{,}44}$ صحيح

$\sqrt{\pi - 4}$ خطأ لأن $\pi - 4$ عدد سالب

$\sqrt{(-2)^3}$ خطأ لأن $(-2)^3$ عدد سالب

$\sqrt{-9^2}$ خطأ لأن -9^2 عدد سالب

$\sqrt{(-6)^2}$ صحيح

التطبيق 4

6 هو الجذر ألتربيعي للعدد **36**

0,49 هو مربع للعدد **0,7**

144 هو مربع للعدد **12**

1,3 هو الجذر ألتربيعي للعدد **1,69**

9 هو الجذر ألتربيعي للعدد 81

10 هو مربع للعدد $\sqrt{10}$

10 هو الجذر ألتربيعي للعدد 100

التطبيق 5

الأعداد التي جذرها ألتربيعي ليس عددا طبيعيا هي :

2^3 ; π ; 500

التطبيق 6

أعداد طبيعية	أعداد نسبية	أعداد ناطقة	أعداد حقيقية
-7	-7	-7	-7
12	$\frac{18}{3}$	$\frac{18}{3}$	$\frac{18}{3}$
$\frac{18}{3}$	7	7	$-\sqrt{10}$
	-3	-3	$\sqrt{5}$
	12	$\frac{15}{9}$	$\frac{22}{7}$
		12	7
			-3
			$\frac{15}{9}$
			12

التطبيق 7

$\sqrt{15} \cong 3{,}87$

التطبيق 8

$\sqrt{39} \cong 6{,}24$; $\sqrt{17{,}2} \cong 4{,}14$

$\sqrt{6{,}3} \cong 2{,}50$; $\sqrt{49} = 7{,}00$

$\sqrt{7} \cong 2{,}64$; $\sqrt{5} \cong 2{,}23$

$\sqrt{31} + 15 \cong 20{,}56$; $\sqrt{31+15} \cong 6{,}78$

$\frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0{,}57$; $2\sqrt{5} - 2 \cong 2{,}46$

التطبيق 9

* $x^2 = 13$ منه $x = \sqrt{13}$ أو $x = -\sqrt{13}$

* $7x^2 = 343$ منه $x^2 = \frac{343}{7} = 49$ منه $x = \sqrt{49} = 7$ أو $x = -\sqrt{49} = -7$

* $x^2 = 16$ منه $x = \sqrt{16} = 4$ أو $x = -\sqrt{16} = -4$

* x²=0 ومنه x=0

* $x^2 - \frac{121}{49} = 0$ ومنه $\left(x + \frac{11}{7}\right)\left(x - \frac{11}{7}\right) = 0$ منه

$\begin{cases} x + \frac{11}{7} = 0 \\ x - \frac{11}{7} = 0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x = -\frac{11}{7} \\ x = \frac{11}{7} \end{cases}$

* $-5x^2 = 20$ ومنه $x^2 = \frac{20}{-5} = -4$ ليس للمعادلة حل.

الحساب على الجدور - تطبيقات

التطبيق 10

مساحة الشكل (1): $S_1 = x^2$

مساحة المثلث ABM :

$$S_2 = 6\times 4 - 2\times\frac{4\times 3}{2}$$
$$= 24 - 12$$
$$= 12$$
$$S_1 = S_2$$

ومنه $x^2 = 12$ منه $x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}$

التطبيق 11

$\sqrt{32}\times\sqrt{\frac{1}{2}} = 4$; $\sqrt{3}\times\sqrt{3} = 3$

$\sqrt{\frac{1}{27}}\times\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9}$; $\sqrt{8}\times\sqrt{2} = 4$

$\sqrt{50}\times\sqrt{2} = 10$; $\sqrt{1{,}8}\times\sqrt{0{,}2} = 0{,}6$

التطبيق 12

$$\sqrt{0{,}0361} = 0{,}19$$
$$\sqrt{36100} = 190$$
$$\sqrt{3{,}61} = 1{,}9$$

التطبيق 13

$$\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2}{3}$$
$$\sqrt{63}\times\sqrt{7} = 3\sqrt{7}\times\sqrt{7} = 3\times 7 = 21$$
$$\sqrt{8}\times\sqrt{18} = 2\sqrt{2}\times 3\sqrt{2} = 6\times 2 = 12$$
$$6\sqrt{72}\times\sqrt{50} = 6\times 6\sqrt{2}\times 5\sqrt{2} = 180\times 2 = 360$$
$$\sqrt{\frac{11}{3}}\times\sqrt{\frac{6}{11}}\times\sqrt{2} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{11}}\times\sqrt{2} = 2$$

التطبيق 14

$$\sqrt{\frac{12}{25}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$
$$\sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$5\sqrt{2}\times 2\sqrt{2} = 10\times 2 = 20$$
$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$$
$$\sqrt{\frac{8}{9}}\times\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$
$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}\times\sqrt{\frac{10}{7}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}\times\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{5}{7}$$
$$\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{6}\times\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times 2\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$
$$\frac{1}{9}\times\sqrt{\frac{81}{64}} = \frac{1}{9}\times\frac{9}{8} = \frac{1}{8}$$

التطبيق 15

$$\frac{\left(\sqrt{5}\right)^2}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}}$$
$$3\left(\sqrt{2}\right)^2 = 3\times 2 = 6$$
$$\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{5}{6}$$
$$-\left(\sqrt{7}\right)^2 = -7$$
$$3\left(\sqrt{6}\right)^2\frac{\sqrt{5}}{\left(\sqrt{6}\right)^2} = 3\sqrt{5}$$
$$\left(-2\sqrt{5}\right)^2\times 2\left(\sqrt{5}\right)^2 = 10\times 10 = 100$$
$$\frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{6^2}} = \frac{5}{6}$$

الحساب على الجدور - تطبيقات

التطبيق 16

$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$; $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$; $\sqrt{175} = 5\sqrt{7}$

$$\frac{2\sqrt{27}}{3} = 2\frac{3\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{5^2 \times 7 \times 2^2} = 10\sqrt{7}$$

$$\sqrt{3^2 \times 10} = 3\sqrt{10}$$

التطبيق 17

$$\sqrt{36ab^2} = 6b\sqrt{a}$$

$$\sqrt{5^2(a+b)^2} = 5(a+b) = 5a + 5b$$

$$\sqrt{2a^2b^2} = ab\sqrt{2}$$

$$\sqrt{4a^2b} = 2a\sqrt{b}$$

التطبيق 18

$$a = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

$$b = -6\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = -13\sqrt{2}$$

$$c = 9\sqrt{2} - 14\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 21\sqrt{7} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{7}$$

التطبيق 19

$$a = \sqrt{54} - \sqrt{6} + \sqrt{24} = 3\sqrt{6} - \sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

$$b = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{80} - 3\sqrt{5}$$

$$= 3 \times 2\sqrt{5} + 4 \times 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= 6\sqrt{5} + 16\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= 19\sqrt{5}$$

$$c = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{75}}{6} + \frac{\sqrt{8}}{15} = \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{5\sqrt{3}}{6} + \frac{2\sqrt{2}}{15}$$

$$c = \frac{6\sqrt{3}}{30} - \frac{25\sqrt{3}}{30} + \frac{4\sqrt{2}}{30}$$

$$= \frac{-19\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}{30}$$

$$d = 5\sqrt{12} - 4\sqrt{12} - \sqrt{12} = 0$$

$$e = 6\sqrt{\frac{72}{9}} + 15\sqrt{\frac{18}{25}} - 14\sqrt{\frac{8}{49}}$$

$$= 6 \times \frac{6\sqrt{2}}{3} + 15 \times \frac{3\sqrt{2}}{5} - 14 \times \frac{2\sqrt{2}}{7}$$

$$= 12\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$$

$$= 17\sqrt{2}$$

التطبيق 20

$$p = \sqrt{27} \times 2 + 5\sqrt{3} \times 2 + \frac{2\sqrt{12} \times 3{,}14}{2}$$

$$= 3\sqrt{3} \times 2 + 10\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times 3{,}14$$

$$= 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 6{,}28\sqrt{3}$$

$$= 22{,}28\sqrt{3}$$

الحساب على الجذور - تطبيقات

التطبيق 21

$$\left(3\sqrt{5}+4\right)=4+3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)=2+\sqrt{2}$$

$$4\sqrt{7}-\left(6\sqrt{7}+2\right)=4\sqrt{7}-6\sqrt{7}-2=-2-2\sqrt{7}$$

$$-5\sqrt{3}\left(4\sqrt{3}+2\right)=-60-10\sqrt{3}$$

$$\left(6\sqrt{3}-2\right)-\sqrt{3}\left(2+6\sqrt{3}\right)=6\sqrt{3}-2-2\sqrt{3}-18$$

$$=-20+4\sqrt{3}$$

$$\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)=7-2=5$$

$$\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)=27-8=19$$

$$\left(\sqrt{28}+\sqrt{7}-\sqrt{32}\right)\left(\sqrt{63}-2\sqrt{8}\right)$$

$$=\left(2\sqrt{7}+\sqrt{7}-4\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{7}-4\sqrt{2}\right)$$

$$=\left(3\sqrt{7}-4\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{7}-4\sqrt{2}\right)$$

$$=63-24\sqrt{14}+16$$

$$=79-24\sqrt{14}$$

التطبيق 22

$$\frac{6}{\sqrt{98}}=\frac{6\sqrt{98}}{\sqrt{98}\times\sqrt{98}}=\frac{6\times 7\sqrt{2}}{98}=\frac{42\sqrt{2}}{98}$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{15}}{6}$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{\frac{25}{12}}=\frac{5}{2\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$\sqrt{\frac{12}{27}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}}=\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{1+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{\left(1+\sqrt{6}\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{18}}{3}$$

التطبيق 23

$$5\sqrt{3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=\sqrt{75}$$

$$\frac{\sqrt{24}}{2}=\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{4}}=\sqrt{6}$$

$$\frac{3\sqrt{108}}{6}=\frac{\sqrt{9}\times\sqrt{108}}{\sqrt{36}}=\sqrt{27}$$

$$4\sqrt{4,5}=\sqrt{16}\times\sqrt{4,5}=\sqrt{72}$$

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 1

$n=0: \quad \sqrt{3\times0+1}=\sqrt{1}=1$

$n=1: \quad \sqrt{3\times1+1}=\sqrt{4}=2$

$n=5: \quad \sqrt{3\times5+1}=\sqrt{16}=4$

$n=8: \quad \sqrt{3\times8+1}=\sqrt{25}=5$

$n=16: \quad \sqrt{3\times16+1}=\sqrt{49}=7$

$n=21: \quad \sqrt{3\times21+1}=\sqrt{64}=8$

التمرين 2

$\sqrt{96}=\sqrt{16}\times\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

$\sqrt{28}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}=2\sqrt{7}$

$\sqrt{54}=\sqrt{9}\times\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

$\sqrt{60}=\sqrt{4}\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}$

$\sqrt{48}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

$\sqrt{1800}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}\times\sqrt{100}$

$=3\times10\times\sqrt{2}=30\sqrt{2}$

$\sqrt{700}=\sqrt{7}\times\sqrt{100}=10\sqrt{7}$

$\sqrt{4300}=\sqrt{43}\times\sqrt{100}=10\sqrt{43}$

$\sqrt{1000}=\sqrt{100}\times\sqrt{10}=10\sqrt{10}$

التمرين 3

$$\sqrt{\frac{45}{49}}=\frac{\sqrt{9}\times\sqrt{5}}{7}=\frac{3\sqrt{5}}{7}$$

$$\sqrt{\frac{28}{25}}=\frac{\sqrt{4}\times\sqrt{7}}{5}=\frac{2\sqrt{7}}{5}$$

$$\sqrt{\frac{72}{16}}=\frac{\sqrt{36}\times\sqrt{2}}{4}=\frac{6\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{\frac{121}{81}}=\frac{11}{9}$$

$$\sqrt{\frac{5}{49}}=\frac{\sqrt{5}}{7}$$

$$\sqrt{\frac{7}{25}}=\frac{\sqrt{7}}{5}$$

$$\sqrt{\frac{36}{16}}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

التمرين 4

$$A=\sqrt{20}+2\sqrt{5}-\sqrt{45}=2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=\sqrt{5}$$

$$B=4\sqrt{2}-\sqrt{8}-\sqrt{18}=4\sqrt{2}-2\sqrt{2}-3\sqrt{2}=-\sqrt{2}$$

$$C=\sqrt{28}-\frac{1}{2}\sqrt{63}-\frac{3}{4}\sqrt{7}=2\sqrt{7}-\frac{1}{2}\times3\sqrt{7}-\frac{3}{4}\sqrt{7}$$

$$=\frac{8\sqrt{7}}{4}-\frac{6\sqrt{7}}{4}-\frac{3\sqrt{7}}{4}$$

$$=-\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$D=\sqrt{\frac{16}{28}}-\sqrt{\frac{112}{49}}+\sqrt{\frac{25}{7}}=\frac{4}{2\sqrt{7}}-\frac{4\sqrt{7}}{7}+\frac{5}{\sqrt{7}}$$

$$=\frac{4\sqrt{7}}{14}-\frac{4\sqrt{7}}{7}+\frac{5\sqrt{7}}{7}$$

$$=\frac{6\sqrt{7}}{14}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$$

الحساب على الجدور - تمارين

$$E=\left(5\sqrt{12}+8\sqrt{27}+\sqrt{75}\right)-\left(2\sqrt{48}+\sqrt{147}\right)$$
$$=5\sqrt{12}+8\sqrt{27}+\sqrt{75}-2\sqrt{48}-\sqrt{147}$$
$$=5\times2\sqrt{3}+8\times3\sqrt{3}+5\sqrt{3}-2\times4\sqrt{3}-7\sqrt{3}$$
$$=24\sqrt{3}$$

$$F=\sqrt{\frac{7}{3}}+3\sqrt{\frac{28}{27}}-4\sqrt{\frac{63}{75}}$$
$$=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}+\frac{3\times2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}-\frac{4\times3\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}$$
$$=\frac{15\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}-\frac{12\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}$$
$$=\frac{3\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}=\frac{1}{5}\sqrt{21}$$

التمرين 5

(1

$$A=\sqrt{98}+\sqrt{32}-\sqrt{8}=7\sqrt{2}+4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=9\sqrt{2}$$
$$B=\sqrt{162}-\sqrt{72}+\sqrt{18}=9\sqrt{2}-6\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

(2

$$\frac{2AB}{A+B}=\frac{2\times9\sqrt{2}\times5\sqrt{2}}{9\sqrt{2}+5\sqrt{2}}=\frac{18\times2}{14\sqrt{2}}=\frac{36}{14\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{7}$$
$$\sqrt{A\times B}=\sqrt{9\times\sqrt{2}\times5\sqrt{2}}=\sqrt{45\times2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$$
$$\frac{B+A}{2}=\frac{9\sqrt{2}+5\sqrt{2}}{2}=\frac{14\sqrt{2}}{2}=7\sqrt{2}$$

التمرين 6

أ)

$$\sqrt{6}\times\sqrt{30}=\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\sqrt{5}=6\sqrt{5}$$
$$\sqrt{72}\times\sqrt{8}=\sqrt{9}\times\sqrt{8}\times\sqrt{8}=3\times8=24$$
$$\sqrt{6}\times\sqrt{12}=\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$$

ب)

$$\sqrt{10}\times\sqrt{50}=\sqrt{10}\times\sqrt{10}\times\sqrt{5}=10\sqrt{5}$$
$$\sqrt{15}\times\sqrt{75}=\sqrt{15}\times\sqrt{15}\times\sqrt{5}=15\sqrt{5}$$
$$\sqrt{32}\times\sqrt{96}=\sqrt{32}\times\sqrt{32}\times\sqrt{3}=32\sqrt{3}$$
$$\sqrt{5}\times\sqrt{35}=\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{7}=5\sqrt{7}$$

ج)

$$\sqrt{20}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=2\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\sqrt{10}$$
$$3\sqrt{12}\times\sqrt{18}\times\sqrt{24}=3\times2\sqrt{3}\times3\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{3}$$
$$=36\times3\times2=216$$

د)

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{45}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times3\sqrt{5}=3\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{10}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$=\sqrt{30}$$
$$\sqrt{1{,}4}\times\sqrt{16{,}9}\times\sqrt{0{,}7}=\sqrt{0{,}7}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{10}}\times\sqrt{0{,}7}$$
$$=0{,}7\times\frac{13\times\sqrt{2}}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}$$
$$=\frac{9{,}1}{\sqrt{5}}=\frac{9{,}1\sqrt{5}}{5}$$
$$\sqrt{0{,}4}\times\sqrt{1{,}44}\times\sqrt{0{,}25}=0{,}2\times1{,}2\times0{,}5=0{,}12$$

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 7

$$a = 5\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{6}} - 2\sqrt{54}$$
$$= 5\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}} - 2\times 3\sqrt{6}$$
$$= \frac{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{6\sqrt{6}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$
$$= -\frac{20}{\sqrt{6}} = -\frac{20\times\sqrt{6}}{6}$$
$$= -\frac{10\sqrt{6}}{3}$$

$$b = \sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{25}{12}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{2\sqrt{3}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} - \frac{5}{2\sqrt{3}}$$
$$= 0$$

$$c = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{10} - 5\sqrt{\frac{1}{5}}$$
$$= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}\times\sqrt{5} - \frac{5}{\sqrt{5}}$$
$$= \frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{5}{\sqrt{5}}$$

التمرين 8

$$6\sqrt{7}\left(11\sqrt{7} - \sqrt{7}\right) = 66\times 7 - 42\sqrt{7}$$
$$= 462 - 42\sqrt{7}$$
$$\sqrt{3}\left(2\sqrt{3} - 1\right) = 2\times 3 - \sqrt{3}$$
$$= 6 - \sqrt{3}$$
$$\left(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}\right) = \left(3\sqrt{3}\right)^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2$$
$$= 27 - 8 = 19$$

$$\left(3\sqrt{6} - 1\right)\left(3\sqrt{6} - 1\right) = \left(3\sqrt{6}\right)^2 - 6\sqrt{6} + 1$$
$$= 54 - 6\sqrt{6} + 1$$
$$= 55 - 6\sqrt{6}$$
$$\left(\sqrt{2} + 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right) = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 2\sqrt{2} + 1$$
$$= 3 + 2\sqrt{2}$$
$$\left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right) = \left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2$$
$$= 5 - 3 = 2$$

التمرين 9

$$\sqrt{2^2} = 2$$
$$\sqrt{3^6} = \sqrt{\left(3^3\right)^2} = 3^3 = 27$$
$$\sqrt{5^8} = \sqrt{\left(5^4\right)^2} = 5^4 = 625$$
$$\sqrt{10^{-8}} = \sqrt{\frac{1}{10^8}} = \sqrt{\frac{1}{\left(10^4\right)^2}} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000}$$
$$\sqrt{7^{-4}} = \sqrt{\frac{1}{7^4}} = \sqrt{\frac{1}{\left(7^2\right)^2}} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$
$$\sqrt{10^{-6}} = \sqrt{\frac{1}{10^6}} = \sqrt{\frac{1}{\left(10^3\right)^2}} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 10

$$\sqrt{9\times10^{-6}}=\sqrt{9}\times\sqrt{\frac{1}{10^6}}=\frac{3}{1000}$$

$$\sqrt{16\times10^{-4}}=\sqrt{16}\times\sqrt{\frac{1}{10^4}}=4\times\frac{1}{\sqrt{(10^2)^2}}$$

$$=4\times\frac{1}{10^2}=\frac{4}{100}$$

$$\sqrt{142\times10^{-2}}=\sqrt{142}\times\sqrt{\frac{1}{10^2}}=\frac{\sqrt{142}}{10}$$

$$\sqrt{3\times\left(\frac{-1}{2}\right)^2}=\sqrt{3\times\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{[(-5)\times3]^2}=\sqrt{(-15)^2}=\sqrt{225}=15$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}=\sqrt{3}-1$$

التمرين 11

العبارة	إجابة (1)	إجابة (2)	إجابة (3)
$a=\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$ صحيح	$\sqrt{\frac{1}{5}}$ صحيح
$b=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{3,5}$ صحيح	$\frac{7}{2}$	$\frac{\sqrt{14}}{2}$ صحيح
$c=\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}}$	1	$\frac{5}{\sqrt{5}}$ صحيح	$\sqrt{5}$ صحيح

التمرين 12

$$x^2-5=3$$

$$x^2=3+5=8$$

و منه $x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{8}=-2\sqrt{2}$

التمرين 13

$$A=(2x+1)(x-4)$$
$$=\left[2\left(\sqrt{2}-1\right)+1\right]\left[\left(\sqrt{2}-1\right)-4\right]$$
$$=\left(2\sqrt{2}-2+1\right)\left(\sqrt{2}-5\right)$$
$$=\left(2\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}-5\right)$$
$$=4-10\sqrt{2}-\sqrt{2}+5$$
$$=-11\sqrt{2}+9$$

$$B=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x+1$$
$$=\frac{1}{9}\left(-\sqrt{3}\right)^2-\frac{2}{3}\left(-\sqrt{3}\right)+1$$
$$=\frac{1}{9}\times3+\frac{2\sqrt{3}}{3}+1$$
$$=\frac{2\sqrt{3}+4}{3}$$

التمرين 14

$$T=0^\circ\ :\ V=20\sqrt{273+0}=20\sqrt{273}=330$$
$$T=16^\circ : V=20\sqrt{273+16}=20\sqrt{289}=340$$
$$T=25^\circ : V=20\sqrt{273+25}=20\sqrt{298}=345$$
$$T=-17^\circ : V=20\sqrt{273-17}=20\sqrt{256}=320$$

التمرين 15

(1

$$\left(\sqrt{72}+\frac{\sqrt{72}}{2}\right)\times2=\left(6\sqrt{2}+\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)\times2$$
$$=\left(\frac{12\sqrt{2}}{2}+\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)\times2$$
$$=\frac{18\sqrt{2}}{2}\times2$$
$$=18\sqrt{2}$$

(2

$$\frac{\frac{\sqrt{72}}{2}\times\frac{\sqrt{72}}{2}}{2}=\frac{\frac{72}{4}}{2}=\frac{72}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{72}{8}=9$$

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 16

$$AB^2 = AD^2 + DB^2 = 16 + 64 = 80$$
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 16 + 4 = 20$$
$$AB^2 + AC^2 = 80 + 20 = 100 \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$CB^2 = (2+8)^2 = 10^2 = 100 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $AB^2 + AC^2 = CB^2$
و منه ABC مثلث قائم في A (حسب عكس نظرية فيثاغورث) .

الطريقة (1):

$$\frac{(2+8)\times 4}{2} = \frac{10\times 4}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

الطريقة (2):

$$\frac{8\times 4}{2} + \frac{2\times 4}{2} = \frac{32}{2} + \frac{8}{2} = 16 + 4 = 20$$

التمرين 17

$$\sqrt{37} \cong 6$$
$$\sqrt{103} \cong 10$$
$$\sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$
$$\sqrt{40} \cong 6{,}32$$
$$\sqrt{5} + 4 \cong 6{,}24$$
$$\frac{26}{2+\sqrt{5}} = 6{,}14$$

التمرين 18

(1

$$L \times l = 1320$$
$$2l \times l = 1320$$
$$2l^2 = 1320$$
$$l^2 = \frac{1320}{2} = 660$$
$$l = \sqrt{660} \cong 25{,}69$$
$$L = 2l = 2 \times 25{,}69 = 51{,}38$$

(2 $L = 51{,}4$ $\quad$ $l = 25{,}7$

التمرين 19

$$L \times l = 9548$$
$$L \times \frac{4}{7} L = 9548$$
$$\frac{4}{7} L^2 = 9548$$
$$L^2 = 9548 \times \frac{7}{4} = 16709$$
$$L = \sqrt{16709} \cong 129{,}2m$$
$$l = \frac{4}{7} L = \frac{4}{7} \times 129{,}2 \cong 73{,}8m$$

التمرين 20

(1

$$x = 0 : \sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{(0-1)^2} = \sqrt{(-1)^2} = 1$$
$$x = 3 : \sqrt{(3-1)^2} = \sqrt{2^2} = 2$$
$$x = -5 : \sqrt{(-5-1)^2} = \sqrt{(-6)^2} = 6$$

(2

$$x = -7 : \sqrt{(-7-1)^2} = \sqrt{(-8)^2} = 8$$
$$x = 1 : \sqrt{(1-1)^2} = 0$$

التمرين 21

$$x = \sqrt{72} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$
$$y = \sqrt{98} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$
$$x \times y = 6\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 42 \times 2 = 84$$
$$x + y = 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$$
$$x^2 - y^2 = \left(6\sqrt{2}\right)^2 - \left(7\sqrt{2}\right)^2 = 36 \times 2 - 49 \times 2$$
$$= 72 - 98 = -26$$

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 22

(1

$$A=\sqrt{18}-\sqrt{20}=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}$$
$$B=\sqrt{98}-\sqrt{5}=7\sqrt{2}-\sqrt{5}$$

(2

$$A\times B=\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)\left(7\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)$$
$$=21\times 2-3\sqrt{10}-14\sqrt{10}+2\times 5$$
$$=42-17\sqrt{10}+10$$
$$=52-17\sqrt{10}$$

(3

$$S=\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)+\left(7\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)-\left(-4\sqrt{2}+3\sqrt{5}\right)$$
$$=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}+7\sqrt{2}-\sqrt{5}+4\sqrt{2}-3\sqrt{5}$$
$$=14\sqrt{2}-6\sqrt{5}$$

(4

$$S\cong 14\times 1{,}41-6\times 2{,}23\cong 19{,}74-13{,}38\cong 6{,}36$$

التمرين 23

$$A=\sqrt{48}-2\sqrt{32}+3\sqrt{27}-5\sqrt{2}$$
$$=4\sqrt{3}-2\times 4\sqrt{2}+3\times 3\sqrt{3}-5\sqrt{2}$$
$$=13\sqrt{3}-13\sqrt{2}$$

$$B=3\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{\frac{8}{9}}=3\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=2$$

التمرين 24

$$a=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{7-\sqrt{14}}{7}$$
$$b=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{7+\sqrt{14}}{7}$$
$$a+b=\frac{7-\sqrt{14}}{7}+\frac{7+\sqrt{14}}{7}=\frac{14}{7}=2$$
$$a\times b=\frac{7-\sqrt{14}}{7}\times\frac{7+\sqrt{14}}{7}=\frac{49-14}{49}=\frac{35}{49}=\frac{5}{7}$$

التمرين 25

(1

$$x=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}-2}{2}$$
$$y=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$
$$Z=x-y=\frac{\sqrt{10}-2}{2}-\frac{\sqrt{10}}{10}$$
$$=\frac{5\sqrt{10}-10}{10}-\frac{\sqrt{10}}{10}$$
$$=\frac{4\sqrt{10}-10}{10}$$
$$=\frac{2\sqrt{10}-5}{5}$$
$$Z=\frac{2\times 3{,}16-5}{5}\cong\frac{6{,}32-5}{5}\cong 0{,}264$$

التمرين 26

(1

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{2}}{x}$$
$$x\sqrt{5}=\sqrt{2}\times\sqrt{20}$$
$$x=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{4}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{2}$$

(2

$$\frac{x}{\sqrt{7}}=3-\sqrt{7}$$
$$x=\sqrt{7}\left(3-\sqrt{7}\right)=3\sqrt{7}-7$$

(3

$$\frac{\sqrt{15}}{x}=\frac{-3\sqrt{5}}{-\sqrt{6}}$$

$$-3\sqrt{5}\times x=-\sqrt{15}\times\sqrt{6}$$

$$x=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}=\sqrt{2}$$

(4

$$\frac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}=\frac{3+\sqrt{2}}{x}$$

$$2\sqrt{2}\times x=(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$$

$$2\sqrt{2}\times x=7$$

$$x=\frac{7}{2\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{7}{4}\sqrt{2}$$

التمرين 27

(1

$$x^2-45=55$$

$$x^2=55+45=100$$

و منه $x=\sqrt{100}=10$ أو $x=-\sqrt{100}=-10$

(2

$$(x+1)^2=4$$

$$(x+1)^2-4=0$$

$$(x+1-2)(x+1+2)=0$$

$$(x-1)(x+3)=0$$

و منه

$$\begin{cases}x-1=0\\x+3=0\end{cases}\qquad\begin{matrix}x=1\\x=-3\end{matrix}$$

(3

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=2$$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-2=0$$

$$\left(x-\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)=0$$

و منه

$$\begin{cases}x-\frac{3}{2}-\sqrt{2}=0\\x-\frac{3}{2}+\sqrt{2}=0\end{cases}$$

$$\left\{x=\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right.$$

$$x=\frac{3}{2}-\sqrt{2}$$

(4

$$(2x+5)^2=81$$

$$(2x+5)^2-81=0$$

$$(2x+5-9)(2x+5+9)=0$$

$$(2x-4)(2x+14)=0$$

و منه

$$\begin{cases}2x-4=0\\2x+14=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=\frac{4}{2}=2\\x=-\frac{14}{2}=-7\end{cases}$$

(5

$$x^2+25=0$$

$$x^2=-25$$

إذن لا يوجد حل لهذه المعادلة لأن مربع عدد حقيقي هو عدد موجب.

(6

$$(x-1)^2=-3$$

إذن لا يوجد حل لهذه المعادلة لأن مربع عدد حقيقي هو عدد موجب.

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 28

$$\left(2\sqrt{3}+3\right)\left(\sqrt{5}+1\right)=\left(2\sqrt{15}+2\sqrt{3}+3\sqrt{5}+3\right)$$

التمرين 29

$$(x+6)(x+6)=121$$
$$(x+6)^2=121$$
$$x+6=11$$
$$x=11-6=5cm$$

التمرين 30

$$(x-7)(x-7)=289$$
$$(x-7)^2=289$$
$$x-7=17$$
$$x=17+7=24cm$$

التمرين 31

(1

$$x\sqrt{3}-\sqrt{3}=1-x$$
$$x\sqrt{3}+x=\sqrt{3}+1$$
$$x\left(\sqrt{3}+1\right)=\sqrt{3}+1$$
$$x=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}=1$$

(2

$$x-1=\sqrt{2}-x\sqrt{2}$$
$$x+x\sqrt{2}=1+\sqrt{2}$$
$$x\left(1+\sqrt{2}\right)=1+\sqrt{2}$$
$$x=\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=1$$

التمرين 32

الشكل (1):

$$a\times 2a\times 6=588$$
$$12a^2=588$$
$$a^2=\frac{588}{12}=49$$
$$a=7$$

الشكل (2):

$$\frac{a\times a\times 15}{3}=1000$$
$$5a^2=1000$$
$$a^2=\frac{1000}{5}=200$$
$$a=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$$

الحساب على الجدور - مسائل

المسألة 1

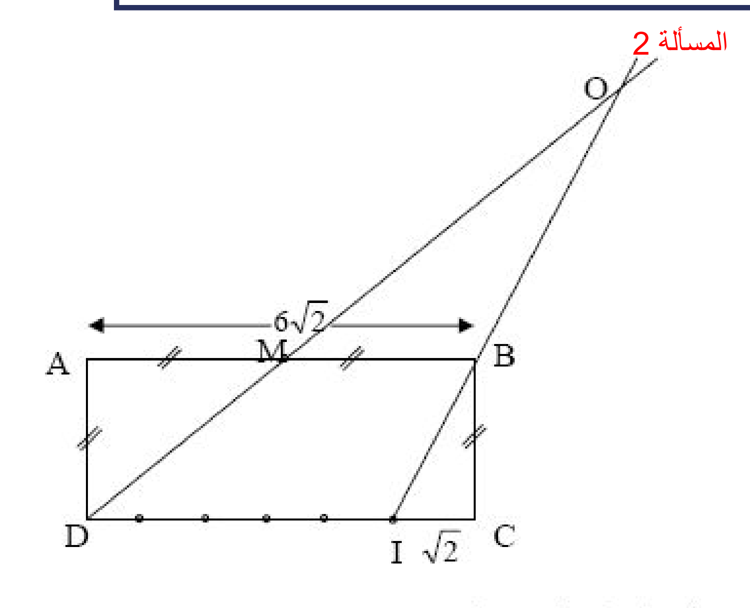
(1

$$x+6=3x\sqrt{3}+4$$
$$x-3x\sqrt{3}=4-6$$
$$x\left(1-3\sqrt{3}\right)=-2$$
$$x=\frac{-2}{1-3\sqrt{3}}=\frac{-2\left(1+3\sqrt{3}\right)}{\left(1-3\sqrt{3}\right)\left(1+3\sqrt{3}\right)}$$
$$=\frac{-2-6\sqrt{3}}{1-27}$$
$$=\frac{-2-6\sqrt{3}}{-26}$$
$$=\frac{1+3\sqrt{3}}{13}$$

(2

$$2\left(x+\sqrt{2}\right)-3=x\sqrt{2}+1$$
$$2x+2\sqrt{2}-3=x\sqrt{2}+1$$
$$2x-x\sqrt{2}=1+3-2\sqrt{2}$$
$$x\left(2-\sqrt{2}\right)=4-2\sqrt{2}$$
$$x=\frac{2\left(2-\sqrt{2}\right)}{\left(2-\sqrt{2}\right)}=2$$

المسألة 2



1) نظرية فيثاغورث

$$IB^2=BC^2+IC^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2$$
$$=18+2=20$$
$$IB=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$
$$DM^2=AM^2+AD^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2$$
$$=18+18=36$$
$$DM=\sqrt{36}=6$$

(2

$$S=\frac{(MB+DI)\times BC}{2}=\frac{\left(3\sqrt{2}+5\sqrt{2}\right)\times 3\sqrt{2}}{2}$$
$$=\frac{8\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}}{2}$$
$$=\frac{24\times 2}{2}=24$$

(3

حساب OI :

نظرية طاليس:

$$\frac{OB}{OI}=\frac{MB}{DI}$$
$$\frac{OB}{OB+BI}=\frac{MB}{DI}$$
$$\frac{OB}{OB+2\sqrt{5}}=\frac{3}{5}$$
$$5OB=3OB+6\sqrt{5}$$
$$OB=\frac{6\sqrt{5}}{2}=3\sqrt{5}$$
$$OI=OB+BI=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}=5\sqrt{5}$$

الحساب على الجدور - مسائل

حساب OM :

$$\frac{OM}{MD}=\frac{OB}{BI}$$

$$\frac{OM}{6}=\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$

$$2OM=18$$

$$OM=\frac{18}{2}=9$$

المسألة 4

نظرية فيثاغورث

$$OB^2=OA^2+BA^2=1^2+1^2=2$$

$$OB=\sqrt{2}$$

$$OC^2=OB^2+BC^2=(\sqrt{2})^2+1^2=3$$

$$OC=\sqrt{3}$$

$$OD^2=OC^2+CD^2=(\sqrt{3})^2+1^2=4$$

$$OD=\sqrt{4}$$

$$OE^2=OD^2+DE^2=2^2+1^2=5$$

$$OE=\sqrt{5}$$

$$OL=\sqrt{12}$$

ملاحظة:

بهذه الطريقة يمكن رسم قطعة مستقيم طولها مثلا $\sqrt{10}$ ، $\sqrt{17}$.

$\sqrt{12}$

$\sqrt{13}$

المسألة 5

(1

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^2-\left(\frac{n-1}{2}\right)^2=\frac{(n+1)^2}{4}-\frac{(n-1)^2}{4}$$

$$=\frac{n^2+2n+1}{4}-\frac{n^2-2n+1}{4}$$

$$=\frac{4n}{4}$$

$$=n$$

(2

$$AB^2=\left(\frac{n+1}{2}\right)^2-\left(\frac{n-1}{2}\right)^2=n$$

و منه $AB=\sqrt{n}$

إذا كان $n=2$ فان $AB=\sqrt{2}$

إذا كان $n=3$ فان $AB=\sqrt{3}$

إذا كان $n=4$ فان $AB=\sqrt{4}=2$

إذا كان $n=5$ فان $AB=\sqrt{5}$

(3

لإنشاء قطعة مستقيم طولها $\sqrt{17}$ نرسم مثلث قائم طول وتره $\frac{17+1}{2}$ و طول أحد ضلعيه القائمين $\frac{17-1}{2}$ طول الضلع القائم الثاني $\sqrt{17}$.

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 1

$$A = (4x+3)^2 = (4x)^2 + 3^3 - 2\times 4x \times 3$$
$$= 16x^2 + 9 - 24x$$
$$B = (2x+1)^2 = (2x)^2 + 1^2 + 2\times 2x + 1$$
$$= 4x^2 + 1 + 4x$$

$$D = (5x-2)(5x+2) = (5x)^2 - 2^2$$
$$= 25x^2 - 4$$
$$C = (7a+4b)^2 = (7a)^2 + (4b)^2 - 2\times 7a \times 4b$$
$$= 49a^2 + 16b^2 - 56ab$$
$$E = (\frac{3}{4}x - 2y)(\frac{4}{3}x + 2y) = (\frac{3}{4}x)^2 - (2y)^2$$
$$F = (2x)^2 - 5^2 + (2x)^2 + 7^2 + 2\times x \times 7$$
$$= 4x^2 - 25 + 4x^2 + 49 + 28x$$
$$= 8x^2 + 28x + 24$$
$$G = (2x+3)(x-3) + (x-7)(2x-3)$$
$$= 2x^2 - 6x + 36 - 9 + 2x^2 + 3x - 14x - 21$$
$$= 4x^2 - 14x - 30$$

التطبيق 2

أ) $1010^2 = 1020100$ ، $24 \times 1002 = 24048$ –

$2{,}009^2 = 4{,}036081$

ب) $92^2 = 8464$ ، $76 \times 98 = 7448$

$990^2 = 980100$

ج) $1008 \times 992 = 999936$ ، $105 \times 95 = 9975$

التطبيق 3

$$(x+\frac{1}{2})^2 + x^2 + x + \frac{1}{4}$$
$$(x-\frac{8}{5})^2 = x^2 + \frac{64}{25} - \frac{16}{5}$$
$$(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3})^2 = \frac{4}{9}x^2 + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}$$
$$(x-\frac{y}{4})(x+\frac{y}{4}) = x^2 - \frac{y^2}{16}$$

التطبيق 4

$$(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2 = 18 + 20 - 12\sqrt{10}$$
$$= 38 - 12\sqrt{10}$$
$$(1-\sqrt{3})^2 = 1 + 3 - 2\sqrt{3}$$
$$= 4 - 2\sqrt{3}$$
$$(3\sqrt{7} + 4\sqrt{2})^2 = 1 + 3 - 2\sqrt{3}$$
$$= 4 - 2\sqrt{3}$$
$$(3\sqrt{7} + 4\sqrt{2})^2 = 63 + 32 + 24\sqrt{14}$$
$$= 95 + 24\sqrt{14}$$
$$(5 + 2\sqrt{6})^2 = 25 + 24 + 20\sqrt{6}$$
$$= 49 - 20\sqrt{6}$$
$$(3\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 18 - 3 = 15$$
$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = 5 - 2 = 3$$

التطبيق 5

$$A = \frac{x-1}{2} - \frac{3x+4}{3} = \frac{3x-3}{6} - \frac{6x+8}{6}$$
$$= \frac{3x-3-6x-8}{6} = \frac{-3x-11}{6} = \frac{3x+11}{6}$$
$$B = \frac{3x+2}{5} - \frac{x-4}{5} = \frac{3x+2-x+4}{5} = \frac{2x+6}{5}$$
$$C = \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} + \frac{x+1}{4} = \frac{4x}{12} - \frac{18x-6}{12} + \frac{3x+9}{12}$$
$$= \frac{4x-18x+6+3x+9}{12} = \frac{-11x+15}{12}$$
$$D = \frac{x+2}{5} - 0{,}4x - 2(1{,}5x - 0{,}7) = \frac{x+2}{5} - \frac{4x}{10} - 3x - \frac{14}{10}$$
$$= \frac{x+2}{5} - \frac{2x}{5} - \frac{15x}{5} - \frac{7}{5} = \frac{x+2-2x-15x-7}{5} = \frac{-16x-5}{5}$$

التطبيق 6

$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 2 - 1 = 1$ (عدد ناطق)

$$\frac{5}{\sqrt{2}-1} = \frac{5(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{5\sqrt{2}+5}{1} = 5\sqrt{2} + 5$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 7

$$A=(2x-3)(x-2)-(x-3)^2$$
$$=2x^2-4x-3x+6-(x^2+9-6x)$$
$$=2x^2-7x+6-x^2-9+6x$$
$$=x^2-x-3$$

$:x=\sqrt{2}$

$$A=(\sqrt{2})^2-\sqrt{2}-3=2-\sqrt{2}-3=-1-\sqrt{2}$$

$:x=\sqrt{3}+3$

$$A=(\sqrt{3}-2)^2-(\sqrt{3}-2)-3=3+4-4\sqrt{3}-\sqrt{3}+2-3=6-5\sqrt{3}$$

$:x=\sqrt{5}+3$

$$A=(\sqrt{5}+3)^2-(\sqrt{5}+3)-3=5+9+6\sqrt{5}-\sqrt{5}-3-3$$
$$=8+5\sqrt{5}$$

التطبيق 8

$$(a+5)^2=a^2+10a+25$$
$$\left(b-\frac{1}{2}\right)^2=b^2-b+\frac{1}{4}$$
$$(y+7)(y-7)=y^2-49$$

التطبيق 9

$$A^2=(5x-3)^2=25x^2+9-30x$$
$$B^2=(8x+1)^2=64x^2+16x+1$$
$$A\times C=(5x-3)(5x+3)=25x^2-9$$
$$-A^2=-(25x^2+9-30x)$$
$$=-25x^2-9+30x$$
$$3A^2-2A^2=A^2$$
$$=25x^2+9-30x$$

التطبيق 10

$$A^2\left(\sqrt{11+6\sqrt{2}}\right)^2=11+6\sqrt{2}\text{..........}(1)$$
$$B^2=(\sqrt{2}+3)^2=2+9+6\sqrt{2}$$
$$=11+6\sqrt{2}\text{............}(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: A = B

$$C^2=(\sqrt{8}-2\sqrt{15})^2=8-2\sqrt{15}\text{........}(3)$$
$$D^2=(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2=5+3-2\sqrt{15}$$
$$=8-2\sqrt{15}\text{..........}(4)$$

من (3) و (4) نستنتج أن: C = D

التطبيق 11

أ)

$$A=6(3+2x)-34$$
$$=18+12x-34$$
$$=12x-16$$
$$B=3(4x-6)+2$$
$$=12x-18+2$$
$$=12x-16$$

إذن: A = B

ب)

$$A=25x^2-4$$
$$B=(5x-2)(5x+2)$$
$$=25x^2-4$$

إذن: A = B

ج)

$$A=25x^2+4-20x$$
$$B=(5x-2)(5x-2)$$
$$=25x^2-10x-10x+4$$
$$=25x^2+4-20x$$

إذن: A = B

د)

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

$$A=(5x-4)(16x+12)$$
$$=80x^2+60x-6x-64x-48$$
$$=80x^2-4x-48$$
$$B=(8x+6)(10x-8)$$
$$=80x^2-64x+60x-48$$
$$=80x^2-4x-48$$

إذن: $A=B$

التطبيق 12

1) $A=2(3x-4)^2=2(9x^2+16-24x)$
$$=18x^2+32-48x$$
$$B=-10(2x-9)(2x+9)$$
$$=-10(4x^2-81)$$
$$=-40x^2+810$$

2) $C=-(x+7)^2=-(x^2+14x+49)$
$$=-x^2-14x-49$$
$$D=(x+3)^2+(2x-7)^2$$
$$=x^2+6x+9+4x^2-28x+49$$
$$=5x^2-22x+58$$

3) $E=3(4x-5)+8(3+2x)$
$$=12x-15+24+16x$$
$$=28x+9$$

التطبيق 13

$$\sqrt{10+2\sqrt{21}}\times\sqrt{10-2\sqrt{21}}$$
$$=\sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}\times\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}$$
$$=(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$$
$$=7-3$$
$$=4$$

4 مربع للعدد 2 .

التطبيق 14

1) محيط المربع :
$$P_1=(x+5)\times 4=4x+20\ldots\ldots\ldots(1)$$
محيط المستطيل:
$$P_2=(x+7+x+3)\times 2$$
$$=(2x+10)\times 2$$
$$=4x+20\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$
من (1) و (2) نستنتج أن : $P_1=P_2$

2) مساحة المربع:
$$S_1=(x+5)^2=x^2+25+10x$$

مساحة المستطيل:
$$S_2=(x+7)(x+3)$$
$$=x^2+3x+7x+21$$
$$=x^2+10x+21$$
$$S_1-S_2=4cm^2$$

التطبيق 15

$$(x+3)^2=x^2+2\times x\times 3+3^2=x^2+6x+9$$
$$(x-7)^2=x^2-2\times x\times 7+7^2=x^2-14x+49$$
$$(4x-5)^2=16x^2-2\times 4x\times 5+5^2=16x^2-40x+25$$
$$(x+7)(x-7)=x^2-7^2=x^2-49$$
$$(x+3)(x-3)=x^2-9$$

التطبيق 16

1)

$$(2x-1)^2+(2x+1)(2x-1)=4x^2+1-4x+4x^2-1$$
$$=8x^2-4x-2$$

2)

$$\left(2x+\frac{1}{2}\right)\times 2+\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=4x+1+x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$$
$$=x^2+\frac{12}{3}x-\frac{2}{3}x+\frac{9}{9}+\frac{1}{9}$$
$$=x^2+\frac{10}{3}x+\frac{10}{9}$$

3)

$$(x+6)^2-2(2x-1)=x^2+12x+36-4x+2$$
$$=x^2+8x+38$$

4)

$$(3x+4)(4-3x)+(2x+1)(x-2)$$
$$=12x-9x^2+16-12x+2x^2-4x+x-2$$
$$=-7x^2-27x+14$$

5)

$$(3x-1)^2-(3x+1)^2+(3x+1)(3x-1)$$
$$=9x^2-6x+1-9x^2-6x-1+9x^2-1$$
$$=9x^2-12x-1$$

6)

$$(x-3)^2-3x(2x-1)=x^2-6x+9-6x^2+3x$$
$$=-5x^2-3x+9$$

7)

$$\left(3x+\frac{1}{2}\right)^2-(x-2)(2x-1)$$
$$=9x^2+3x+\frac{1}{4}-2x^2+x+4x-2$$
$$=7x^2+8x+\frac{1}{4}-\frac{8}{4}$$
$$=7x^2+8x-\frac{7}{4}$$

8)

$$(5x+2)^2+(5x+2)(x-1)$$
$$=25x^2+20x+4+5x^2-5x+2x-2$$
$$=30x^2+17x+2$$

9)

$$(5-2x)(2x+1)+(10-4x)(x-3)$$
$$=10x+5-4x^2-2x+10x+30-4x^2+12x$$
$$=-8x^2+30x-25$$

10)

$$(x-1)(2x+3)-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$
$$=2x^2+3x-2x-3-x^2+x-\frac{1}{4}$$
$$=x^2+2x-\frac{12}{4}-\frac{1}{4}$$
$$=x^2+2x-\frac{13}{4}$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 17

$-\frac{x}{3}$	$-2x$	$\frac{x}{2}$	$3x$	a
$\frac{x}{3}$	$0,5$	2	1	b
$\frac{x^2}{9}$	$4x^2$	$\frac{x^2}{4}$	$9x^2$	a^2
$\frac{x^2}{9}$	$0,25$	4	1	b^2
$\frac{2x^2}{9}$	$-2x$	$2x$	$6x$	$2ab$
0	$4x^2+0,25$ $-2x$	$\frac{x^2}{4}+4+2x$	$9x^2+1+$ $6x$	$(a+b)^2$
$\frac{4x^2}{9}$	$4x^2+0,25$ $+2x$	$\frac{x^2}{4}+4-2x$	$9x^2+1-$ $6x$	$(a-b)^2$
0	$4x^2-0,25$	$\frac{x^2}{4}-4$	$9x^2-1$	$(a+b)(a-b)$

التطبيق 18

$$(3x-1)^2=9x^2+1-6x$$

$$(x-4)(x+4)=x^2-16$$

$$\left(\frac{x}{3}+5\right)^2=\frac{x^2}{9}+25-\frac{10}{3}x$$

$$\left(\frac{x}{2}-2\right)^2=\frac{x^2}{4}+4x-4$$

$$\left(-\frac{3}{2}-\frac{x}{3}\right)^2=\frac{9}{4}+\frac{x^2}{9}+x$$

$$(-2x+0,5)^2=4x^2+0,25+2x$$

$$\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{5}\right)^2=\frac{4}{9}x^2+\frac{4}{5}x+\frac{9}{25}$$

$$\left(\frac{4}{5}+2x\right)\left(\frac{4}{5}-2x\right)=\frac{16}{25}-4x^2$$

$$\left(2x-\frac{3}{4}\right)^2=4x^2-3x+\frac{9}{16}$$

$$\left(2x-\frac{1}{3}\right)\left(2x+\frac{1}{3}\right)=4x^2-\frac{1}{9}$$

$$\left(-3x-\frac{1}{3}\right)^2=9x^2+2x+\frac{1}{9}$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 19

أ)

$$6x^2+10x=2x(3x+5)$$
$$4x+x^2=x(2+x)$$
$$2x+2y=2(x+y)$$

ب)

$$3ab+5b+2b^2=b(3a+5+2b)$$
$$3b^2-2ab=b(3b-2a)$$
$$5a^2+3a=a(5a+3)$$

جـ)

$$5x^3+35x^2=5x^2(x+7)$$
$$6x^2+6x=6x(x+1)$$
$$2x^2+x=x(2x+1)$$

د)

$$\frac{3}{2}x^2y+\frac{6}{7}xy^2=3xy\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{7}y\right)$$
$$\frac{25}{5}x^2-\frac{36}{5}x=\frac{12}{5}x(2x-3)$$

التطبيق 20

1)

$$(3x+1)(3x+5)-(x-2)(3x+1)$$
$$=(3x+1)[(3x+5)-(x-2)]$$
$$=(3x+1)(3x+5-x+2)$$
$$=(3x+1)(2x+7)$$

2)

$$(5x-4)^2-(5x-4)(3x+7)$$
$$=(5x-4)[(5x-4)-(3x+7)]$$
$$=(5x-4)(5x-4-3x-7)$$
$$=(5x-4)(2x-11)$$

3)

$$(8x-5)(6x+3)+(8x-5)$$
$$=(8x-5)(6x+3+1)$$
$$=(8x-5)(6x+4)$$

4)

$$(x+5)+(5x-4)(x+5)=(x+5)(1+5x-4)$$
$$=(x+5)(5x-3)$$

التطبيق 21

$$x^2+2\times 5x+25=(x+5)^2$$
$$25x^2+80x+64=(5x)^2+2\times 5x\times 8+8^2$$
$$=(5x+8)^2$$
$$25x^2-80x+64=(5x)^2-2\times 5x\times 8+8^2$$
$$=(5x-8)^2$$
$$9x^2-4=(3x)^2-2^2=(3x-2)(3x+2)$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 22

أ)

$$4x^2+\frac{25}{81}-\frac{20}{9}x=\left(2x-\frac{5}{9}\right)^2=\left(2x-\frac{5}{9}\right)\left(2x-\frac{5}{9}\right)$$

$$9x^2+12x+4=(3x+2)^2=(3x+2)(3x+2)$$

ب)

$$100x^2+80x+16=(10x+4)^2=(10x+4)(10x+4)$$

$$25+4x^2-20x=(2x-5)^2=(2x-5)(2x-5)$$

جـ)

$$16x^2-40xy+25y^2=(4x-5y)^2$$
$$=(4x-5y)(4x-5y)$$

$$\frac{x^2}{4}+\frac{16}{9}-\frac{4}{3}x=\left(\frac{x}{2}-\frac{4}{3}\right)^2$$
$$=\left(\frac{x}{2}-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{x}{2}-\frac{4}{3}\right)$$

$$\frac{25}{49}x^2+\frac{9}{4}y^2+\frac{15}{7}xy=\left(\frac{5}{7}x+\frac{3}{2}y\right)^2$$
$$=\left(\frac{5}{7}x+\frac{3}{2}y\right)\left(\frac{5}{7}x+\frac{3}{2}y\right)$$

$$1-16x+64x^2=(1-8x)^2$$
$$=(1-8x)(1-8x)$$

التطبيق 23

1)

$$25-4x^2=(5+2x)(5-2x)$$
$$4x^2-1=(2x-1)(2x+1)$$
$$x^2-9=(x+3)(x-3)$$

2)

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$$
$$\frac{1}{9}-4y^2=\left(\frac{1}{3}-2y\right)\left(\frac{1}{3}+2y\right)$$
$$\frac{x^2}{4}-4=\left(\frac{x}{2}-2\right)\left(\frac{x}{2}+2\right)$$

3)

$$2a^2-5=\left(a\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(a\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$$
$$a^2-3=\left(a-\sqrt{3}\right)\left(a+\sqrt{3}\right)$$
$$\frac{4}{9}a^2-\frac{9}{25}=\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{5}\right)$$

4)

$$3b^2-49=\left(\sqrt{3}b-7\right)\left(\sqrt{3}b+7\right)$$
$$1-x^2=(1-x)(1+x)$$
$$2x^2-8=\left(\sqrt{2}x-2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}x+2\sqrt{2}\right)$$

5)

$$(4x-1)^2-(3x+5)^2$$
$$=(4x-1-3x-5)(4x-1+3x+5)$$
$$=(x-6)(7x+4)$$
$$(x-1)^2-(2x+3)^2$$
$$=(x-1-2x-3)(x-1+2x+3)$$
$$=(-x-4)(3x+2)$$

6)

$$(x+5)^2-1=(x+5-1)(x+5+1)$$
$$=(x+4)(x+6)$$
$$9-(x-4)^2=(3-x+4)(3+x-4)$$
$$=(7-x)(x-1)$$

7)

$$9(x+1)^2-4(x-2)^2$$
$$=[3(x+1)-2(x-2)][3(x+1)+2(x-2)]$$
$$=(3x+3-2x+4)(3x+3+2x-4)$$
$$=(x+7)(5x-1)$$

8)

$$x^2-(5x-1)^2=(x-5x+1)(x+5x-1)$$
$$=(-4x+1)(6x-1)$$
$$(3-2x)^2-4=(3-2x-4)(3-2x+4)$$
$$=(-2x+1)(-2x+5)$$

التطبيق 24

(1

$$(2x-3)(x+1)-5(6x-9)$$
$$=(2x-3)(x+1)-15(2x-3)$$
$$=(2x-3)[(x+1)-15]$$
$$=(2x-3)(x-14)$$

(2

$$(16x^2-1)-(4x-1)(x-3)$$
$$=(4x-1)(4x+1)-(4x-1)(x-3)$$
$$=(4x-1)[(4x+1)-(x-3)]$$
$$=(4x-1)(4x+1-x+3)$$
$$=(4x-1)(3x+4)$$

(3

$$12x-60x^2+75x^2$$
$$=3x(4-20x+25x)$$
$$=3x(4+5x)$$

(4

$$(5x-4)(2x+3)+(4x^2-9)$$
$$=(5x-4)(2x+3)+(2x-3)(2x+3)$$
$$=(2x+3)[(5x-4)+(2x-3)]$$
$$=(2x+3)(5x-4+2x-3)$$
$$=(2x+3)(7x-7)$$

(5

$$5(x+1)^2-20=5[(x+1)^2-4]$$
$$=5[(x+1-2)(x+1+2)]$$
$$=5(x-1)(x+3)$$
$$50-2x^2=2(25-x^2)=2(5-x)(5+x)$$

(6

$$(4x+7)(5x+2)+(10x+4)(x+5)$$
$$=(4x+7)(5x+2)+2(5x+2)(x+5)$$
$$=(5x+2)[(4x+7)+2(x+5)]$$
$$=(5x+2)(4x+7+2x+10)$$
$$=(5x+2)(6x+17)$$

(7

$$(x-1)^2+(3x-3)(2x+1)$$
$$=(x-1)^2+3(x-1)(2x+1)$$
$$=(x-1)[(x-1)+3(2x+1)]$$
$$=(x-1)(x-1+6x+3)$$
$$=(x-1)(7x+2)$$

(8

$$x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$
$$\frac{25}{4}x^2-x+\frac{1}{25}=\left(\frac{5}{2}x-\frac{1}{5}\right)^2$$

(9

$$2+(3x+1)^2+6x=(3x+1)^2+2(3x+1)$$
$$=(3x+1)(3x+1+2)$$
$$=(3x+1)(3x+3)$$
$$\frac{x^2}{2}-\frac{1}{8}=\frac{1}{2}\left(x^2-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$$
$$3x^2-\frac{3}{4}=3\left(x^2-\frac{1}{4}\right)=3\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 25

$$a=(5x+2)(4x-3)+(5x+2)(6x+4)$$
$$=(5x+2)[(4x-3)+(6x+4)]$$
$$=(5x+2)(10x+1)$$
$$b=(4x+7)(3x-2)-(3x-2)(5x+3)$$
$$=(3x-2)[(4x+7)-(5x+3)]$$
$$=(3x-2)(-x+4)$$
$$c=(5x-4)^2-(2x+3)^2$$
$$=[(5x-4)-(2x+3)][(5x-4)+(2x+3)]$$
$$=(3x-7)(7x-1)$$
$$d=4x^2+36x+81=(2x+9)^2$$
$$e=x^2+1-2x=(x-1)^2$$
$$f=\frac{9}{4}-x+\frac{x^2}{9}=\left(\frac{3}{2}-\frac{x}{3}\right)^2$$
$$g=\frac{16}{25}-\frac{8}{25}+\frac{1}{25}=\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{5}\right)^2$$

التطبيق 26

أ)

$$105^2-95^2=2000$$
$$102^2-98^2=800$$

ب)

$$795^2+2\times795\times5+25=640000$$

جـ)

$$1012^2-2\times1012\times12+144=1000000$$

د)

$$4{,}5^2+2\times4{,}5\times5{,}5+5{,}5^2=100$$

و)

$$1095^2-95^2=1190000$$
$$427^2-327^2=75400$$

التطبيق 27

$$E=(a+b)^2-(a-b)^2$$
$$=(a+b+a-b)(a+b-a+b)$$
$$=2a\times2b$$
$$=4ab$$
$$E=4\times6=24$$

التطبيق 28

$$(a+b)^2-2ab=a^2+2ab+b^2-2ab$$
$$=a^2+b^2$$
$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$
$$a^2+b^2=70^2-2\times40$$
$$=4900-80$$
$$=4820$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تمارين

التمرين 1

مساحة المستطيل:

$$(2x+3)(x+1) = 2x^2 + 2x + 3x + 3$$
$$= 2x^2 + 5x + 3$$

مساحة المربع:

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

التمرين 2

(1

$$(4x-3)^2 = 16x^2 - 24x + 9$$

(2

$$F = 16x^2 - 24x + 9 - (x+3)(3-9x)$$
$$= 16x^2 - 24x + 9 - (3x - 9x^2 + 9 - 27x)$$
$$= 16x^2 - 24x + 9 - 3x + 9x^2 - 9 + 27x$$
$$= 25x^2$$
$$= (5x)^2$$

(3

$F = 125$ ومنه :

$$125 = 25x^2$$
$$x^2 = \frac{125}{25} = 5$$

منه $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$

التمرين 4

(1

$$E = (a+1)^2 - (a-1)^2$$
$$= a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 2a + 1)$$
$$= a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1$$
$$= 4a$$

(2

$$E = 101^2 - 99^2$$
$$= (101+99)(101-99)$$
$$= 200 \times 2$$
$$= 400$$

التمرين 5

(1

$$2(a+b) = 28$$

ومنه

$$a + b = \frac{28}{2} = 14cm$$
$$(a+b)^2 = 14^2 = 196$$

(2

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$a^2 + 2 \times 48 + b^2 = 196$$
$$a^2 + b^2 = 196 - 96$$
$$= 100$$

3) نرمز لطول القطر بــ K نجد:

$$K^2 = a^2 + b^2 = 100$$
$$K = \sqrt{100} = 10$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تمارين

التمرين 6

(1

$$A = (x-2)^2 - (x-1)(x-4)$$
$$= x^2 - 4x + 4 - (x^2 - 4x - x + 4)$$
$$= x^2 - 4x + 4 - x^2 + 4x + x - 4$$
$$= x$$

(2

$$9998^2 - 9999 \times 9996$$
$$= (10000-2)^2 - (10000-1)(10000-4)$$
$$= 10000$$

التمرين 7

(1

$$(3x+1)(5x-3) = 15x^2 - 9x + 5x - 3$$
$$= 15x^2 - 4x - 3$$

(2

$$B = (15x^2 - 4x - 3) - (-x+1)(3x+1)$$
$$= (3x+1)(5x-3) - (-x+1)(3x+1)$$
$$= (3x+1)[(5x-3) - (-x+1)]$$
$$= (3x+1)(5x - 3 + x - 1)$$
$$= (3x+1)(6x-4)$$

(3

$$B = 15x^2 - 4x - 3 - (-3x - x + 3x + 1)$$
$$= 15x^2 - 4x - 3 + 3x + x - 3x - 1$$
$$= 15x^2 - 3x - 4$$

التمرين 8

$$(A+B)^2 = \left[\left(\frac{1}{2}x+3\right)+\left(\frac{3}{4}x-2\right)\right]^2$$
$$= \left(\frac{2}{4}x + \frac{3}{4}x + 1\right)^2$$
$$= \left(\frac{5}{4}x+1\right)^2$$
$$= \frac{25}{16}x^2 + \frac{5}{2}x + 1$$

$$(A+B)(A-B)$$
$$= \left[\left(\frac{1}{2}x+3\right)+\left(\frac{3}{4}x-2\right)\right]\left[\left(\frac{1}{2}x+3\right)-\left(\frac{3}{4}x-2\right)\right]$$
$$= \left(\frac{1}{2}x+3+\frac{3}{4}x-2\right)\left(\frac{1}{2}x+3-\frac{3}{4}x+2\right)$$
$$= \left(\frac{5}{4}x+1\right)\left(\frac{-x}{4}+5\right)$$
$$= -\frac{5}{16}x^2 + \frac{25}{4}x - \frac{x}{4} + 5$$
$$= -\frac{5}{16}x^2 + \frac{24}{5}x + 5$$
$$= -\frac{5}{16}x^2 + 6x + 5$$

$$(B-C)^2 = \left[\left(\frac{3}{4}x-2\right)-\left(\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}\right)\right]^2$$

$$(B-C)^2 = \left(\frac{9}{12}x - \frac{6}{3} - \frac{4}{12}x + \frac{5}{3}\right)^2$$
$$= \left(\frac{5}{12}x - \frac{1}{3}\right)^2$$
$$= \frac{25}{144}x^2 - \frac{5}{18}x + \frac{1}{9}$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تمارين

التمرين 9

$$E=(9x^2-30x+25)-(4x^2+28x+49)$$
$$=(3x+5)^2-(2x+7)^2$$
$$=[(3x+5)-(2x+7)][(3x+5)+(2x+7)]$$
$$=(3x+5-2x-7)(3x+5+2x+7)$$
$$=(x-2)(5x+12)$$

$$G=(2x+6)(4x-1)-6x^2+54$$
$$=2(x+3)(4x-1)-6(x^2-9)$$
$$=2(x+3)(4x-1)-6(x-3)(x+3)$$
$$=(x+3)[2(4x-1)-6(x-3)]$$
$$=(x+3)(8x-2-6x+18)$$
$$=(x+3)(2x+16)$$
$$=2(x+3)(x+8)$$

التمرين 10

$$C=A-2B=3x-1-2(x+2)$$
$$=3x-1-2x-4$$
$$=x-5$$

$$D=2A-3B=2(3x-1)-3(x+2)$$
$$=6x-2-3x-6$$
$$=3x-8$$

$$E=BA-B^2=(3x-1)(x+2)-(x+2)^2$$
$$=3x^2+6x-x-2-(x^2+4x+4)$$
$$=3x^2+5x-2-x^2-4x-4$$
$$=2x^2+x-6$$

$$F=(x-5)^2-(3x-8)^2$$
$$=[(x-5)+(3x-8)][(x-5)-(3x-8)]$$
$$=(4x-13)(-2x+3)$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة -مسائل

المسألة 1

$$a\times5+(10-a)\times2+(10-a)\times b$$
$$=5a+20-2a+10b-ab$$
$$=-ab+3a+10b+20$$

المسألة 2

1) $S=8x\times(7x+5)-4\times[(x+5)\times x]$

2) $S=56x^2+40x+4(x^2+5x)$
$$=56x^2+40x+4x^2-20x$$
$$=52x^2+20x$$

3) $S=4x(13x+5)$

4) $S=52\times25^2+20\times25$
$$=52\times625+500$$
$$=32500+500$$
$$=33000m^2$$

المسألة 3

$$40\times20\times15=12000cm^2$$

المسألة 4

1) $A=\pi R^2-\pi\ r^2$
$$=3{,}14R^2-3{,}14\ r^2$$

2) $A=3{,}14(R^2-r^2)$

3) $A=3{,}14(8{,}5^2-5{,}5^2)$
$$=3{,}14(72{,}25-30{,}25)$$
$$=3{,}14\times42$$
$$=131{,}88cm^2$$

المسألة 5

1) a يمثل نصف قطر الدائرة.

2) $A=a^2(4-\pi)$

3)
$$A=5^2(4-3{,}14)$$
$$=25(4-3{,}14)$$
$$=100-78{,}5$$
$$=21{,}5cm^2$$

المسألة 6

لا يقبل محمد بهذا الاقتراح لأن مساحة الأرض المقتطعة أكبر من مساحة الأرض المعوقة

نرمز لطول أحد أضلاع أرضه بـــ x فتكون مساحة الأرض قبل الاقتطاع x^2 و مساحة الأرض بعد الاقتطاع $(x-5)(x+5)$ أي x^2-25 .

نلاحظ أن $x^2>x^2-25$

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 1

العدد الذي يمثل حل للمعادلة $2x+5=x-3$ هو -8 لأن:

$$2(-8)+5=-16+5=-11$$
$$-8-3=-11$$

التطبيق 2

أ)

$$6x=\frac{-3}{2}$$
$$x=\frac{\frac{-3}{2}}{6}=\frac{-3}{2}\times\frac{1}{6}=-\frac{1}{4}$$

ب)

$$2+x=\frac{7}{4}$$
$$x=\frac{7}{4}-2=\frac{7}{4}-\frac{8}{4}=-\frac{1}{4}$$

ج)

$$-3+x=-\frac{13}{4}$$
$$x=-\frac{13}{4}+3=-\frac{13}{4}+\frac{12}{4}=-\frac{1}{4}$$

د)

$$-\frac{12}{5}x=\frac{6}{10}$$
$$x=\frac{\frac{6}{10}}{\frac{-12}{5}}=\frac{6}{10}\times\frac{-5}{12}=-\frac{1}{4}$$

إذن $-\frac{1}{4}$ هو حل لهذه المعادلات.

التطبيق 3

أ)

$4x=0$ ومنه $x=0$

$\frac{x}{5}=\frac{3}{15}$ ومنه $15x=3\times5$ و منه $15x=15$ومنه

$$x=\frac{15}{15}=1$$

$x+\frac{2}{3}=-\frac{7}{8}$ ومنه $x=-\frac{7}{8}-\frac{2}{3}=-\frac{37}{24}$

ب)

$$3(5x-1)=30-5x$$
$$15x-3=30-5x$$
$$15x+5x=30+3$$
$$20x=33$$
$$x=\frac{33}{20}$$

ج)

$$-4(x-2)=-3(x-2)$$
$$-4x+8=-3x+6$$
$$-4x+3x=6-8$$
$$-x=-2$$
$$x=2$$

د)

$$\frac{5x}{6}-1+\frac{x}{4}=x-\frac{1}{2}$$
$$\frac{10x}{12}+\frac{3x}{12}-\frac{12}{12}x=-\frac{1}{2}+1$$
$$\frac{1}{12}x=\frac{1}{2}$$
$$x=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{12}}=\frac{1}{2}\times12=6$$

ه)

$$\frac{2x-1}{5}-3\left(\frac{x+1}{10}\right)=\frac{1-x}{5}$$
$$\frac{2x-1}{5}-\frac{3x+3}{10}=\frac{1-x}{5}$$
$$\frac{2}{5}x-\frac{3}{10}x+\frac{1}{5}x=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$$
$$\frac{3}{10}x=\frac{7}{10}$$

$$x=\frac{\frac{7}{10}}{\frac{3}{10}}=\frac{7}{10}\times\frac{10}{3}=\frac{7}{3}$$

التطبيق 4

$$b+1=2\times1+1$$
$$b=2+1-1=2$$

التطبيق 5

$$2(x+1)-3(x-2)=-2(x-2)$$
$$2x+2-3x+6=-2x+4$$
$$2x-3x+2x=4-2-6$$
$$x=-4$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 6

(1

$$\frac{2x+3}{2}=\frac{3x-1}{3}$$

$$x-x=-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}$$

$$0=-\frac{4}{3}$$

إذن لا يوجد حل لهذه المعادلة.

(2

$$\frac{x+1}{2}+\frac{x-2}{4}=\frac{5}{6}x+2$$

$$\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x-\frac{5}{6}x=2-\frac{1}{2}+\frac{2}{4}$$

$$-x=2$$

$$x=-2$$

(3

$$3x+6\sqrt{3}=3\sqrt{3}x+6$$

$$3x-3\sqrt{3}x=6-6\sqrt{3}$$

$$3x\left(1-\sqrt{3}\right)=3\left(2-2\sqrt{3}\right)$$

$$x=\frac{2\left(1-\sqrt{3}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)}=2$$

(4

$$2\left(x+\sqrt{2}\right)-3=x\sqrt{2}+1$$

$$2x-x\sqrt{2}=1-2\sqrt{2}+3$$

$$x\left(2-\sqrt{2}\right)=2\left(2-\sqrt{2}\right)$$

$$x=\frac{2\left(2-\sqrt{2}\right)}{\left(2-\sqrt{2}\right)}=2$$

التطبيق 7

نرمز للعدد الأول بـــ x و العدد الثاني x+1 و العدد الثالث x+2 و العدد الرابع x+3 و العدد الخامس x+4

نجد:

$$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4)=75$$

و منه

$$5x+10=75$$

$$5x=75-10$$

$$5x=65$$

$$x=\frac{65}{5}=13$$

إذن الأعداد هي : 17,16 ,15,14,13

التطبيق 8

نرمز للعددين ب x وy نجد:

$$x=2y$$

$$x+y=12$$

$$2y+y=12$$

$$3y=12$$

$$y=\frac{12}{3}=4$$

و منه $x=2y=2\times4=8$

التطبيق 9

نرمز للطول بـــ L و العرض بـــ l

$$l=\frac{2}{3}L$$

$$(L+l)\times2=240$$

$$\left(L+\frac{2}{3}L\right)\times2=240$$

$$2L+\frac{4}{3}L=240$$

$$\frac{10}{3}L=240$$

$$L=\frac{240}{\frac{10}{3}}=240\times\frac{3}{10}=72$$

و منه $l=\frac{2}{3}L=\frac{2}{3}\times72=48$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 10

لدينا $\hat{S} = 2\hat{T}$ و $\hat{R} = \hat{S} + 5$

$$\hat{S} + \hat{T} + \hat{R} = 180$$

$$\hat{S} + \frac{\hat{S}}{2} + \hat{S} + 5 = 180$$

$$\frac{5}{2}\hat{S} = 180 - 5$$

$$\hat{S} = \frac{175}{\frac{5}{2}} = 175 \times \frac{2}{5} = 70^\circ$$

و منه

$$\hat{T} = \frac{\hat{S}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

$$\hat{R} = \hat{S} + 5 = 70 + 5 = 75^\circ$$

التطبيق 11

أ)

$$(9-x)(4x-1) = 0$$

$$\begin{cases} 9 - x = 0 \\ 4x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

ب)

$$2(x-3) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

ج)

$$x(x+1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

د)

$$3x(x-5) = 0$$

$$\begin{cases} 3x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

التطبيق 12

(1

$$(5-3x)(x-7) = 0$$

$$\begin{cases} 5 - 3x = 0 \\ x - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = 7 \end{cases}$$

(2

$$(x-1)(x-\sqrt{2}) = 0$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ x - \sqrt{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

(3

$$\left(\frac{x}{2} - 3\right)(x+1) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - 3 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ x = -1 \end{cases}$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 13

(1

* $(x+4)^2 = x^2+8x+16$
* $4x^2-1=(2x-1)(2x+1)$
* $3x^2-\frac{2}{5}x = x\left(3x-\frac{2}{5}\right)$
* $x^2-5x = x(x-5)$

(2

* $x^2+8x+16=0$

$(x+4)^2=0$

$x+4=0$

$x=-4$

* $4x^2-1=0$

$(2x-1)(2x+1)=0$

$\begin{cases} 2x-1=0 \\ 2x+1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$

* $3x^2-\frac{2}{5}x=0$

$x\left(3x-\frac{2}{5}\right)=0$

$\begin{cases} x=0 \\ 3x-\frac{2}{5}=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{2}{15} \end{cases}$

* $x^2-5x=0$

$x(x-5)=0$

$\begin{cases} x=0 \\ x-5=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases}$

التطبيق 14

نرمز لهذا العدد بـــ x نجد: $x^2=2x$ و منه

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

$\begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

إذن العدد الذي مربعه يساوي ضعفه هو 2 .

التطبيق 15

(1

$(4x-3)(7x+1) = 28x^2+4x-21x-3$

$= 28x^2-17x-3$

*(2

$(x-1)(4x-3) = 4x^2-3x-4x+3$

$= 4x^2-7x+3$

*

$28x^2-17x-3=0$

$(4x-3)(7x+1)=0$

$\begin{cases} 4x-3=0 \\ 7x+1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{3}{4} \\ x=-\frac{1}{7} \end{cases}$

*

$4x^2=7x-3$

$4x^2-7x+3=0$

$(x-1)(4x-3)=0$

$\begin{cases} x-1=0 \\ 4x-3=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{3}{4} \end{cases}$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 1

نرمز لطول ضلع المربع الأول بـــ x، طول المربع الثاني بـــ 5x نجد: $x^2+(5x)^2=2106$ و منه

$$x^2+25x^2=2106$$

$$26x^2=2106$$

$$x^2=\frac{2106}{26}=81$$

$$x=9$$

إذن طول ضلع المربع الأول 9 وطول ضلع المربع الثاني 45 .

التمرين 2

$$(7x-2)^2-x^2=49x^2-28x+4-x^2$$
$$=48x^2-28x+4$$

$$A=48x^2-28x+4$$
$$=(7x-2)^2-x^2$$
$$=(7x-2-x)(7x-2+x)$$
$$=(6x-2)(8x-2)$$

$$B=(6x-2)^2-(4x-7)(6x-2)$$
$$=(6x-2)[(6x-2)-(4x-7)]$$
$$=(6x-2)(6x-2-4x+7)$$
$$=(6x-2)(2x+5)$$

* $A=0$ و منه $(6x-2)(8x-2)=0$

$$\begin{cases}6x-2=0\\8x-2=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\\x=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}\end{cases}$$

* $B=0$ و منه $(6x-2)(2x+5)=0$

$$\begin{cases}6x-2=0\\2x+5=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\\x=-\frac{5}{2}\end{cases}$$

* $A=B$ و منه $(6x-2)(8x-2)=(6x-2)(2x+5)$

$$(6x-2)(8x-2)-(6x-2)(2x+5)=0$$
$$(6x-2)[(8x-2)-(2x+5)]=0$$
$$(6x-2)(8x-2-2x-5)=0$$

$$(6x-2)(6x-7)=0$$

$$\begin{cases}6x-2=0\\6x-7=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\\x=\frac{7}{6}\end{cases}$$

التمرين 3

* $x=\frac{3}{2}$:

$$A=4\times\left(\frac{3}{2}\right)^2+12\times\frac{3}{2}+9$$
$$=4\times\frac{9}{4}+18+9$$
$$=9+18+9$$
$$=36$$

* $x=0$:

$$A=4\times0^2+12\times0+9$$
$$=0+0+9$$
$$=9$$

* $x=\frac{-3}{2}$:

$$A=4\left(-\frac{3}{2}\right)^2+12\times\frac{-3}{2}+9$$
$$=4\times\frac{9}{4}-18+9$$
$$=9-18+9$$
$$=0$$

*

$$4x^2+12x+9=0$$
$$(2x+3)^2=0$$
$$2x+3=0$$
$$x=-\frac{3}{2}$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 4

1)

$$\frac{3x+3}{8}+\frac{3x-2}{2}=x-\frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{8}x+\frac{3}{2}x-x=-\frac{5}{8}-\frac{3}{8}+1$$

$$\frac{7}{8}x=0$$

$$x=0$$

2)

$$x-\frac{x-1}{2}=2-\frac{x+1}{3}$$

$$x-\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=2-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6}x=\frac{7}{6}$$

$$x=\frac{\frac{7}{6}}{\frac{5}{6}}=\frac{7}{6}\times\frac{6}{5}=\frac{7}{5}$$

3)

$$2x^2+10x=0$$

$$2x(x+5)=0$$

$$\begin{cases}2x=0\\x+5=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=0\\x=-5\end{cases}$$

4)

$$10x^2-2x=0$$

$$2x(5x-1)=0$$

$$\begin{cases}2x=0\\5x-1=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=0\\x=\frac{1}{5}\end{cases}$$

5)

$$7x^2=-12x$$

$$7x^2+12x=0$$

$$x(7x+12)=0$$

$$\begin{cases}x=0\\7x+12=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=0\\x=-\frac{12}{7}\end{cases}$$

التمرين 5

1)

$$B=(5x-2)(2x-7)-(25x^2-4)$$

$$=10x^2-35x-4x+14-25x^2+4$$

$$=-15x^2-39x+18$$

2)

* $x=\frac{2}{5}$:

$$B=-15\left(\frac{2}{5}\right)^2-39\times\frac{2}{5}+18$$

$$=-15\frac{4}{25}-\frac{78}{5}+\frac{90}{5}$$

$$=0$$

* $x=\frac{-5}{3}$:

$$B=-15\left(\frac{-5}{3}\right)^2-39\times\frac{-5}{3}+18$$

$$=-15\times\frac{25}{9}+65+18$$

$$=\frac{-375}{9}+83$$

$$=\frac{372}{9}=\frac{124}{3}$$

3)

$$(5x-2)(5x+2)=25x^2-4$$

$$B=(5x-2)(2x-7)-(5x-2)(5x+2)$$

$$=(5x-2)[(2x-7)-(5x+2)]$$

$$=(5x-2)(2x-7-5x-2)$$

$$=(5x-2)(-3x-9)$$

4)

$B=0$ و منه $(5x-2)(-3x-9)=0$

$$\begin{cases}5x-2=0\\-3x-9=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=\frac{2}{5}\\x=-3\end{cases}$$

التمرين 6

$$(2x-8)(x-3)=0$$

$$\begin{cases}2x-8=0\\x-3=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=4\\x=3\end{cases}$$

إذن إذا كان $x=4$ أو $x=3$ فإن مساحة هذا المستطيل معدومة.

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 7

* $A = 3x - 6 = 3(x-2)$

$B = x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$

* $(x^2 - 9) + (2x-1)(x-3) = 0$

$(x-3)(x+3) + (2x-1)(x-3) = 0$

$(x-3)[(x+3) + (2x-1)] = 0$

$(x-3)(x+3+2x-1) = 0$

$(x-3)(3x+2) = 0$

$\begin{cases} x - 3 = 0 \\ 3x + 2 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3 \\ x = -\dfrac{2}{3} \end{cases}$

* $(x^2 - 4) - (3x - 6) = 0$

$(x-2)(x+2) - 3(x-2) = 0$

$(x-2)[(x+2) - 3] = 0$

$(x-2)(x+2-3) = 0$

$(x-2)(x-1) = 0$

$\begin{cases} x - 2 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

التمرين 8

(1

$x^2 = 17$ و منه $x = \sqrt{17}$ أو $x = -\sqrt{17}$

$x^2 - 3 = 1$ ومنه $x^2 = 4$

و منه $x = \sqrt{4} = 2$ أو $x = -\sqrt{4} = -2$

(2

$(x-9)(x+1) + 8x = 0$

$x^2 + x - 9x - 9 + 8x = 0$

$x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$

و منه $x = \sqrt{9} = 3$ أو $x = -\sqrt{9} = -3$

(3

$2x^2 + 1 = x^2 + 8$

$2x^2 - x^2 = 8 - 1$

$x^2 = 7$

و منه $x = \sqrt{7}$ أو $x = -\sqrt{7}$

التمرين 9

* $7(x+5)$

* $(x+5+7) \times 2 = 32$

$2x + 24 = 32$

$2x = 32 - 24$

$2x = 8$

$x = 4$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 10

*

$$(3x-1)(2x+5)=6x^2+15x-2x-5$$
$$=6x^2+13x-5$$

$:c=o$*

$$(3x-1)(x+5)-(6x^2+13x-5)=0$$
$$(3x-1)(x+5)-(3x-1)(2x+5)=0$$
$$(3x-1)[(x+5)-(2x+5)]=0$$
$$(3x-1)(x+5-2x-5)=0$$
$$(3x-1)(-x)=0$$
$$\begin{cases}3x-1=0\\-x=0\end{cases}$$
$$\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\x=0\end{cases}$$

التمرين 11

1) ب) $\frac{4}{3}$ و 0

2) ب) $-\frac{1}{7}$

3) أ) 6 ب) -6

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - مسائل

المسألة 1

$7x+8x=x^2$

$x^2=15x$

$x^2-15x=0$

$x(x-15)=0$

$\begin{cases} x=0 \\ x-15=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ x=15 \end{cases}$

إذا كان x=15 فان مساحة السطح الملون يساوي مساحة السطح الغير ملون.

المسألة 2

نرمز لطول أحد أضلاع المربع بـــ x نجد:

$x^2=(x+5)(x-3)$

$x^2=x^2-3x+5x-15$

$x^2-x^2-2x=-15$

$-2x=-15$

$x=\frac{-15}{-2}=7,5$

المسألة 3

1) طريقة 1:

$x^2+5x+5x=x^2+10x$

طريقة 2:

$(x+5)^2-5^2=x^2+10x+25-25$

$=x^2+10x$

(2

$x^2+10x=39$

و منه

$(x+5)^2-5^2=39$

$(x+5)^2-25-39=0$

$(x+5)^2-64=0$

$(x+5+8)(x+5-8)=0$

$(x+13)(x-3)=0$

$\begin{cases} x+13=0 \\ x-3=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=-13 \\ x=3 \end{cases}$

$x=-13$ مرفوض لأن x عدد موجب.

إذن $x=3$.

المسألة 4

نرمز للطول ب L و للعرض l نجد:

$(L+l)\times 2=38$................(1)

$(L-4)(l+1)=Ll-10$

$Ll+L-4l-4=Ll-10$

$L-4l=-10+4$

$L-4l=-6$

$L=4l-6$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - مسائل

بالتعويض في (1) نجد:

$$(4l-6+l)\times 2 = 38$$
$$10l - 12 = 38$$
$$10l = 38+12$$
$$10l = 50$$
$$l = \frac{50}{10} = 5m$$

بتعويض l في العلاقة (1) نجد:

$$(L+5)\times 2 = 38$$
$$2L + 10 = 38$$
$$2L = 38-10$$
$$2L = 28$$
$$L = \frac{28}{2} = 14m$$

المسألة 5

نرمز لطول المربع بـــ x نجد:

$$(x+2)(x+1,5) = x^2 + 34,5$$
$$x^2 + 1,5x + 2x + 3 = x^2 + 34,5$$
$$3,5x = 31,5$$
$$x = \frac{31,5}{3,5} = 9$$

إذن طول ضلع الصفيحة قبل التغيير: $9cm$

طول الصفيحة بعد التغيير : $11cm$

عرض الصفيحة بعد التغيير: $10,5cm$.

المسألة 6

(1

$$2(x-4)(x-3) = 2(x^2 - 3x - 4x + 12)$$
$$= 2x^2 - 14x + 24$$

(2

$$DF^2 = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$
$$EF^2 + ED^2 = (7-x)^2 + 2^2 + x^2 + 36$$
$$= 49 - 14x + x^2 + 4 + x^2 + 36$$
$$= 2x^2 - 14x + 89$$

لكي يكون المثلث EFD قائم في E يجب أن تتحقق العلاقة : $DF^2 = EF^2 + ED^2$ أي:

$$2x^2 - 14x + 89 = 65$$
$$2x^2 - 14x + 24 = 0$$
$$2(x-4)(x-3) = 0$$
$$\begin{cases} x-4=0 \\ x-3=0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x=4 \\ x=3 \end{cases}$$

المسألة 7

*حساب BC : (نظرية فيثاغورث)

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2$$
$$= 16 + 9 = 25$$
$$BC = \sqrt{25} = 5cm$$
$$CE = 5 - x$$

*(نظرية طاليس) $\frac{CE}{CB} = \frac{SE}{AB}$ و منه

$$\frac{5-x}{5} = \frac{SE}{4}$$
$$5SE = 4(5-x)$$
$$5SE = 20 - 4x$$
$$SE = \frac{20-4x}{5} = 4 - 0,8x$$

(نظرية طاليس) $\frac{SC}{CA} = \frac{CE}{CB}$ و منه

$$\frac{SC}{3} = \frac{5-x}{5}$$
$$5SC = 3(5-x)$$
$$5SC = 15 - 3x$$
$$SC = \frac{15-3x}{5} = 3 - 0,6x$$

*

$$EB + SE + SA + AB = 9$$
$$x + (4 - 0,8x) + [3 - (3 - 0,6x)] + 4 = 9$$
$$x + 4 - 0,8x + 0,6x + 4 = 9$$
$$2,4x + 8 - 9 = 0$$
$$2,4x - 1 = 0$$
$$x = \frac{1}{2,4} = \frac{5}{12}cm$$

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 1

أ)

$4x+7=3\times0+7=7$ ....(1)

$2-3x=2-3\times0=2$ ....(2)

من (1) و (2) نستنتج أن من أجل $x=0$ فان $4x+7>2-3x$ أي 0 حل لهذه المتراجحة .

ب)

$4x+7=4\times(-1)+7$

$=-4+7=3$ ....(3)

$2-3x=2-3(-1)$

$=2+3=5$ ....(4)

من (3) و (4) نستنتج أن من أجل $x=-1$ فان $4x+7<2-3x$ أي -1 ليس حل لهذه المتراجحة.

ج)

$4x+7>2-3x$

$4x+3x>2-7$

$7x>-5$

$x>-\frac{5}{7}$

$-\frac{5}{7}$; O

التطبيق 2

أ)

* $x=0$:

$3\times0+5\leq4\times0+8$

$5\leq8$

المتباينة صحيحة

* $x=-3$:

$3(-3)+5\leq4(-3)+8$

$-4\leq-4$

المتباينة صحيحة

* $x=5$:

$3(5)+5\leq4\times5+8$

$15+5\leq20+8$

$20\leq28$

المتباينة صحيحة

ب)

* $x=0$:

$4\times0+3<-2\times0+43$

$3<43$

المتباينة صحيحة

* $x=-3$:

$4(-3)+3<-2(-3)+43$

$-12+3<6+43$

$-9<49$

المتباينة صحيحة

* $x=5$:

$4\times5+3<-2\times5+43$

$20+3<-10+43$

$23<33$

المتباينة صحيحة

التطبيق 3

أ) $x\geq\frac{-3}{5}$, $x>2$

ب) $x>1$, $x<2$

التطبيق 4

المتراجحة	التمثيل البياني لمجموعة حلولها
$x>-3$	-3 ; 0
$x\leq4$	0 ; 4
$x\geq0$	0
$x<1$	0 ; 1

التطبيق 5

1)

$-4y+\frac{1}{2}\geq-9$

$-4y\geq-9-\frac{1}{2}$

$-4y\geq-\frac{19}{2}$

$y\leq-\frac{19}{2}\times\frac{1}{-4}$

و منه $y\leq\frac{19}{8}$

0 ; $\frac{19}{8}$

2) قيم y الطبيعية التي تمثل حلول المتراجحة هي :

. 0 ; 1 ; 2

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 6

(1

$3(2x-1)+2(5x-4) > x+4$

$6x-3+10x-8 > x+4$

$16x-x > 4+8+3$

$15x > 15$

$x > \frac{15}{15}$

$x > 1$

(2

$\frac{-4}{7}x+4 < 0$

$\frac{-4}{7}x < -4$

$x > \frac{-4}{\frac{-4}{7}}$

$x > (-4)\frac{7}{-4}$

$x > 7$

(3

$\frac{3x-2}{4} < -2$

$3x-2 < -8$

$3x < -8+2$

$3x < -6$

$x < \frac{-6}{3}$

$x < -2$

(4

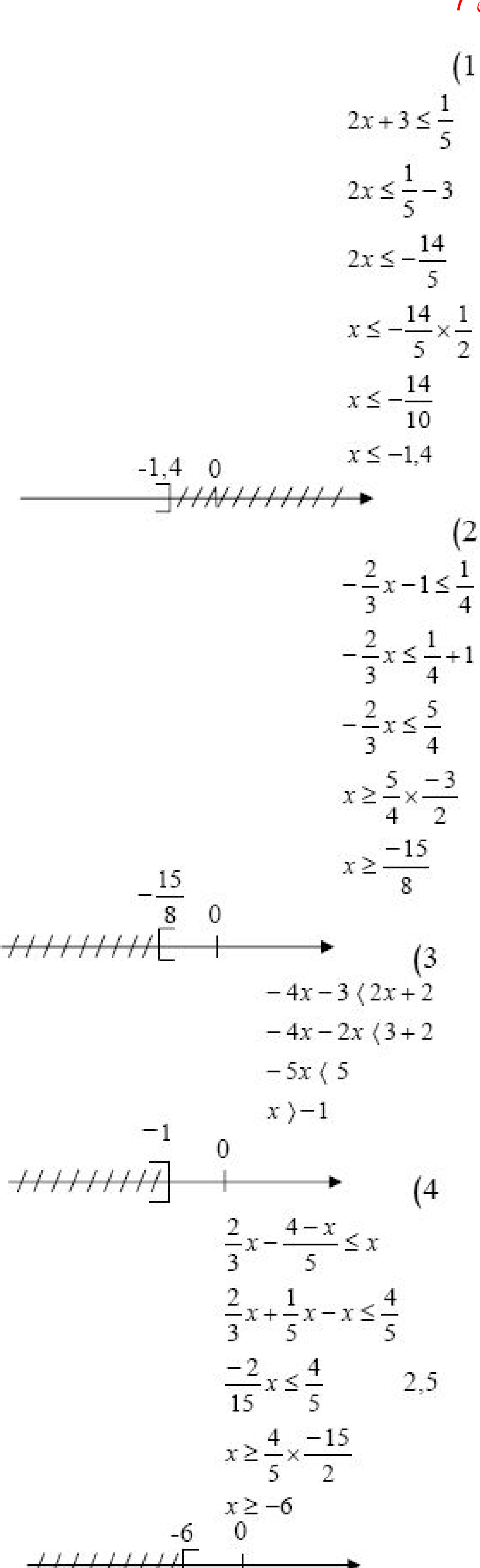
$\frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$

$\frac{5}{6}x-\frac{3}{8}x > -\frac{3}{8}-\frac{1}{6}$

$\frac{11}{24}x > -\frac{13}{24}$

$x > -\frac{13}{11}$

التطبيق 7



(1

$2x+3 \le \frac{1}{5}$

$2x \le \frac{1}{5}-3$

$2x \le -\frac{14}{5}$

$x \le -\frac{14}{5}\times\frac{1}{2}$

$x \le -\frac{14}{10}$

$x \le -1,4$

(2

$-\frac{2}{3}x-1 \le \frac{1}{4}$

$-\frac{2}{3}x \le \frac{1}{4}+1$

$-\frac{2}{3}x \le \frac{5}{4}$

$x \ge \frac{5}{4}\times\frac{-3}{2}$

$x \ge \frac{-15}{8}$

(3

$-4x-3 < 2x+2$

$-4x-2x < 3+2$

$-5x < 5$

$x > -1$

(4

$\frac{2}{3}x-\frac{4-x}{5} \le x$

$\frac{2}{3}x+\frac{1}{5}x-x \le \frac{4}{5}$

$\frac{-2}{15}x \le \frac{4}{5}$ 2,5

$x \ge \frac{4}{5}\times\frac{-15}{2}$

$x \ge -6$

(5

$$\frac{5}{9}x < \frac{25}{18}$$

$$x < \frac{25}{18}\times\frac{9}{5}$$

$$x < \frac{25}{10}$$

$$x < 2{,}5$$

0 2,5

(6

$$-\frac{3}{4}x \leq 6$$

$$x \geq 6\times\frac{-4}{3}$$

$$x \geq -8$$

−8 0

(7

$$-x+11 < 3x+31$$

$$-x-3x < 31-11$$

$$-4x < 20$$

$$x > \frac{-20}{4}$$

$$x > -5$$

−5 0

(8

$$-2x+1 \leq -x+2$$

$$-2x+x \leq 2-1$$

$$-x \leq 1$$

$$x \geq -1$$

-1 0

(9

$$\frac{x+3}{4}+1 > x+\frac{x+1}{2}$$

$$\frac{1}{4}x-x-\frac{1}{2}x > \frac{1}{2}-1-\frac{3}{4}$$

$$\frac{-5}{4}x > \frac{-5}{4}$$

$$x < \frac{5}{4}\times\frac{4}{5}$$

$$x < 1$$

1

(10

$$x-\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{4} < -1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$$

$$\frac{12x}{12}-\frac{6x}{12}+\frac{4x}{12}-\frac{3x}{12} < \frac{-12}{12}+\frac{6}{12}-\frac{4}{12}+\frac{3}{12}$$

$$\frac{7}{12}x < \frac{-7}{12}$$

$$x < -1$$

-1 0

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 1

* $P = 2(b+12) = 2b+24$
* $P > 36$

$2b+24 > 36$

$2b > 36-24$

$2b > 12$

$b > 6$

إذن $12 \geq b > 6$

$S = 12b$

$S < 144$ و منه $12b < 144$ و منه $b < \frac{144}{2}$

$b < 9,5$ إذن $0 < b < 9,5$

التمرين 2

(1

$$A = \frac{3x-2}{4} = \frac{3\times\frac{7}{3}-2}{4} = \frac{7-2}{4} = \frac{5}{4}$$

(2 العدد $\frac{7}{3}$ حل للمتراجحة $\frac{3x-2}{4} < 2$ لأن إذا كان $x = \frac{7}{3}$ فان $A = \frac{5}{4}$ و $\frac{5}{4} < 2$.

(3

$\frac{3x-2}{4} < 2$

$\frac{3}{4}x < 2 + \frac{2}{4}$

$\frac{3}{4}x < \frac{10}{4}$

$x < \frac{10}{4} \times \frac{4}{3}$

$x < \frac{10}{3}$

التمرين 3

(1

$$\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+2)\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$$

(2

$x\sqrt{3}-2 > \sqrt{3}$

$x\sqrt{3} > \sqrt{3}+2$

$x > \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$

$x > \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$

التمرين 4

(1

$x(2x-7) = 0$

$\begin{cases} x = 0 \\ 2x-7 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases}$

(2

$4x^2 = 100$

$x^2 = \frac{100}{4} = 25$

$x = -\sqrt{25} = -5$ أو $x = \sqrt{25} = 5$

(3

$\frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$

$\frac{5}{6}x - \frac{3}{8}x > \frac{-3}{8} - \frac{1}{6}$

$\frac{11}{24}x > \frac{-13}{24}$

$x > \frac{-13}{24}\times\frac{24}{11}$

$x > \frac{-13}{11}$

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

(4

$$3x-4\le 5(x-1)$$
$$3x-5x\le -5+4$$
$$-2x\le -1$$
$$x\ge \frac{1}{2}$$

التمرين 5

$$S=\frac{AB\times AC}{2}=\frac{16AC}{2}=8AC$$
$$48\le 8AC\le 72$$
$$\frac{48}{8}\le \frac{8AC}{8}\le \frac{72}{8}$$
$$6\le AC\le 9$$

التمرين 6

(1 أ)

$$(3-4x)-(2x-1)=0$$
$$3-4x-2x+1=0$$
$$-6x+4=0$$
$$-6x=-4$$
$$x=\frac{-4}{-6}=\frac{2}{3}$$

ب)

$$(3-4x)(2x-1)=0$$
$$\begin{cases}3-4x=0\\2x-1=0\end{cases}$$
$$\begin{cases}-4x=-3\\2x=1\end{cases}$$
$$\begin{cases}x=\frac{3}{4}\\x=\frac{1}{2}\end{cases}$$

(2

$$3-4x>2x-1$$
$$-4x-2x>-1-3$$
$$-6x>-4$$
$$x<\frac{4}{6}$$
$$x<\frac{2}{3}$$

0 $\quad \frac{2}{3}$

التمرين 7

(1

$$D=(3x-1)^2-(x-1)(9x+6)$$
$$=9x^2-6x+1-(9x^2+6x-9x-6)$$
$$=9x^2-6x+1-9x^2-6x+9x+6$$
$$=-3x+7$$

(2

$$D\ge 1$$
$$-3x+7\ge 1$$
$$-3x\ge 1-7$$
$$-3x\ge -6$$
$$x\le \frac{6}{3}$$
$$x\le 2$$

(3

$$E=(3x-2)^2-9$$
$$=(3x-2-3)(3x-2+3)$$
$$=(3x-5)(3x+1)$$

(4

$$E=0$$
$$(3x-5)(3x+1)=0$$
$$\begin{cases}3x-5=0\\3x+1=0\end{cases}$$
$$\begin{cases}3x=5\\3x=-1\end{cases}$$
$$\begin{cases}x=\frac{5}{3}\\x=\frac{-1}{3}\end{cases}$$

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 8

(1

مساحة المستطيل BCEF = مساحة المربع ABCD – مساحة المستطيل ADEF

أي:

$A=(2x-3)^2-(2x-3)(x+1)$

مساحة المربع : $(2x-3)^2$

مساحة المستطيل : $(2x-3)(x+1)$

(2

$A=4x^2-12x+9-(2x^2+2x-3x-3)$

$=4x^2-12x+9-2x^2+x+3$

$=2x^2-11x+12$

(3

$A=(2x-3)[(2x-3)-(x+1)]$

$=(2x-3)(2x-3-x-1)$

$=(2x-3)(x-4)$

(4

$(2x-3)(x-4)=0$

$\begin{cases}2x-3=0\\x-4=0\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{3}{2}\\x=4\end{cases}$

(5

قيمة x التي من أجلها تكون مساحة BCEF معدومة هي حلول المعادلة $(2x-3)(x-4)=0$ أي:

$x=4$ أو $x=\frac{3}{2}$

التمرين 9

محيط المستطيل (1): $P_1=2(8-x+5)=26-2x$

محيط المستطيل (2): $P_2=2(x+11)=2x+22$

$P_1 \rangle P_2$

$26-2x \rangle 2x+22$

$-2x-2x \rangle 22-26$

$-4x \rangle -4$

$x \langle 1$

أي من أجل قيم أصغر من 1 ، محيط المستطيل (1) يفوق محيط المستطيل (2).

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - مسائل

المسألة 1

1) الجداء $10(30-x)$ يمثل مساحة المستطيل AMND .

2) الجداء $10x$ يمثل مساحة المستطيل MBCN .

(3

$$300-10x < 40x$$
$$-10x-40x < -300$$
$$-50x < -300$$
$$x > \frac{300}{50}$$
$$x > 6$$

(4

$$4[10(30-x)]=10x$$
$$1200-40x=10x$$
$$-40x-10x=-1200$$
$$-50x=-1200$$
$$x=\frac{-1200}{-50}=24$$

المسألة 2

1) أ)

$$P_1=(x+3)\times 2=2x+6$$
$$P_2=(6-x+2)\times 2=-2x+16$$

ب)

$$P_1=P_2$$
$$2x+6=-2x+16$$
$$2x+2x=16-6$$
$$4x=10$$
$$x=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}=2{,}5$$

2) أ)

$$S_1=3x$$
$$S_2=(6-x)\times 2=-2x+12$$

ب)

$$S_2 < S_1$$
$$-2x+12 < 3x$$
$$-2x-3x < -12$$
$$-5x < -12$$
$$x > \frac{12}{5}$$
$$x > 2{,}4$$

المسألة 3

1) نرمز لعرض هذه القطعة بـــ : x

$$(x+80)\times 2 < 240$$
$$80x > 300$$

(2

$$(x+80)\times 2 < 240$$
$$2x+160 < 240$$
$$2x < 240-160$$
$$2x < 80$$
$$x < \frac{80}{2}$$
$$x < 40$$
$$80x > 300$$
$$x > \frac{300}{80}$$
$$x > 3{,}75$$

إذن $3{,}75 < x < 40$

المسألة 4

$$(16+x+7+x)\times 2 \le 86$$
$$(23+2x)\times 2 \le 86$$
$$46+4x \le 86$$
$$4x \le 86-46$$
$$4x \le 40$$
$$x \le 10$$

المسألة 5

1) بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث AIC

نجد: $AC^2 = AI^2 + IC^2$ و منه

$$AI^2 = AC^2 - IC^2 = 64 - 9 = 55$$

$$AI = \sqrt{55}cm$$

2) بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث OIC

نجد: $OC^2 = OI^2 + IC^2$ و منه

$$x^2 = (AI - x)^2 + 3^2$$

$$= (\sqrt{55} - x)^2 + 9$$

$$= 55 - 2\sqrt{55}x + x^2 + 9$$

$$2\sqrt{55}x = 64$$

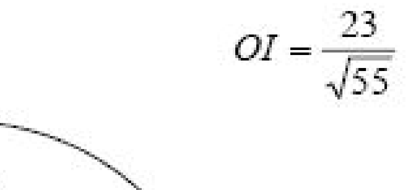
$$x = \frac{64}{2\sqrt{55}} = \frac{32}{\sqrt{55}}$$

3)

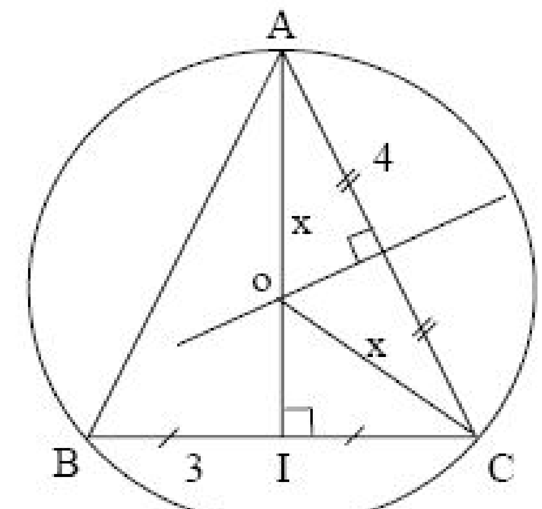
$$OI = AI - x$$

$$= \sqrt{55} - \frac{32}{\sqrt{55}}$$

$$= \frac{55}{\sqrt{55}} - \frac{32}{\sqrt{55}}$$



$$OI = \frac{23}{\sqrt{55}}$$



الدالة الخطية الدالة التآلفية - تطبيقات

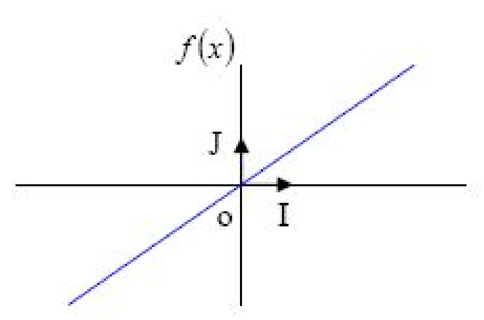
التطبيق 1

*كل من: $g(x)=\sqrt{2}$ ، $K(x)=-\frac{1}{3}x$ هي دالة خطية.

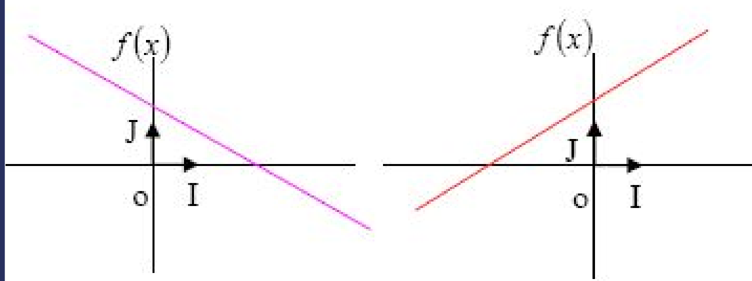
*كل من: $f(x)=3x+1$ ، $L(x)=\frac{x+1}{2}$ هي دالة تآلفية.

ملاحظة: الدالة الخطية هي حالة خاصة للدالة التآلفية.

التطبيق 2



هذا تمثيل بياني لدالة خطية:



هذان التمثيلان لدالة تآلفية:

التطبيق 3

1) إيجاد p(x) محيط كل شكل بدلالة x :

*المثلث:

$$p(x)=x^2+2+3=x^{2+5}$$

*الدائرة:

$$p(x)=2\pi x$$

*المستطيل:

$$p(x)=2(5x+x+1)=12x+2$$

2) * الدالة $p(x)=x^2+5$ ليست دالة خطية و لا تآلفية.

* الدالة $p(x)=2\pi x$ هي دالة خطية.

* الدالة $p(x)=12x+2$ هي دالة تآلفية.

التطبيق 4

1) إيجاد A(x) مساحة كل شكل بدلالة x :

المثلث القائم: $A(x)=\frac{5x}{2}$

المربع: $A(x)=4\sqrt{x}$

المربع: $A(x)=4x$

(2

الدالة $A(x)=\frac{5x}{2}$ هي دالة خطية.

الدالة $A(x)=4\sqrt{x}$ ليست دالة خطية و لا تآلفية.

الدالة $A(x)=4x$ هي دالة خطية.

التطبيق 5

إتمام الجدول:

معادلة المستقيم الممثل لها	ترميز الدالة	
$y=5x+2$	$f:x\to 5x+2$	$f(x)=5x+2$
$y=2x+\frac{-1}{2}$	$g:x\to 2x+\frac{-1}{2}$	$g(x)=2x+\frac{-1}{2}$
$y=3x$	$h:x\to 3x$	$h(x)=3x$
$y=x+3$	$i:x\to x+3$	$i(x)=x+3$
$y=\frac{-1}{2}x+7$	$j:x\to \frac{-1}{2}x+7$	$j(x)=\frac{-1}{2}x+7$

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تطبيقات

التطبيق 6

إتمام الجمل الآتية:

1) $f(5)=6$ يعني أن صورة 5 بالدالة f هي 6
أو العدد الذي صورته 6 بالدالة f هو: 5 .

2) $f(8)=3$ يعني أن صورة 8 بالدالة f هي 3
أو العدد الذي صورته 3 بالدالة f هو: 8 .

3) $f(3)=1$ يعني أن صورة 3 بالدالة f هي 1
أو العدد الذي صورته 1 بالدالة f هو: 3 .

4) $f(6)=-4$ يعني أن صورة 6 بالدالة f هي -4
أو العدد الذي صورته -4 بالدالة f هو: 6 .

5) $f(3)=5$ **يعني أن صورة 3 بالدالة f هي 5**
أو العدد الذي صورته 5 بالدالة f هو: 3 .

التطبيق 7

1) لدينا: $f(x)=\frac{-2}{3}x$ إذن:

$f(0)=0$ ، $f(-2)=\frac{4}{3}$

$f(\sqrt{3})=\frac{-2}{3}\sqrt{3}$ ، $f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{9}$

2) تعيين العدد الذي صورته بالدالة f هي: -10

لدينا : $\frac{-2}{3}x=-10$ إذن $x=15$

و بالتالي العدد هو 15 أي $f(15)=-10$

3) حساب x_1:

$$\begin{cases} f(x_1)=\frac{-2}{3}x_1 \\ f(x_1)=8 \end{cases}$$

إذن $x_1=-12$

* حساب x_2:

$$\begin{cases} f(x_2)=-9 \\ f(x_2)=\frac{-2}{3}x_2 \end{cases}$$

إذن $x_2=\frac{27}{2}$

التطبيق 8

1) حساب $g(-1)$

لدينا $g(x)=-3$ إذن $g(-1)=3$

3) حساب العدد الذي صورته بالدالة g هو: 2,5

لدينا $-3x=2{,}5$ ومنه $x=\frac{-2{,}5}{3}=\frac{-5}{6}$

أي $g\left(\frac{-5}{6}\right)=2{,}5$

التطبيق 9

1) حساب المعاملين a و b

لدينا $h(x)=ax+b$

حساب a :

$$a=\frac{h(1)-h(0)}{1-0}=\frac{3-3}{1}=0$$

حساب b :

$$\begin{cases} h(0)=a\times 0+b \\ h(0)=3 \end{cases}$$ ومنه $b=3$

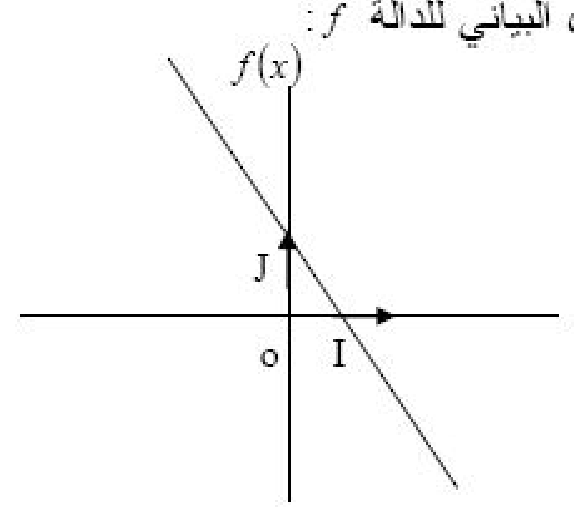
2) $h(x)=3$

التطبيق 10

أ) حساب $f(0)$ و $f(1)$

لدينا $f(x)=-3x+1$ ومنه $f(0)=1$ و $f(1)=-2$

ب) التمثيل البياني للدالة f:



الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تطبيقات

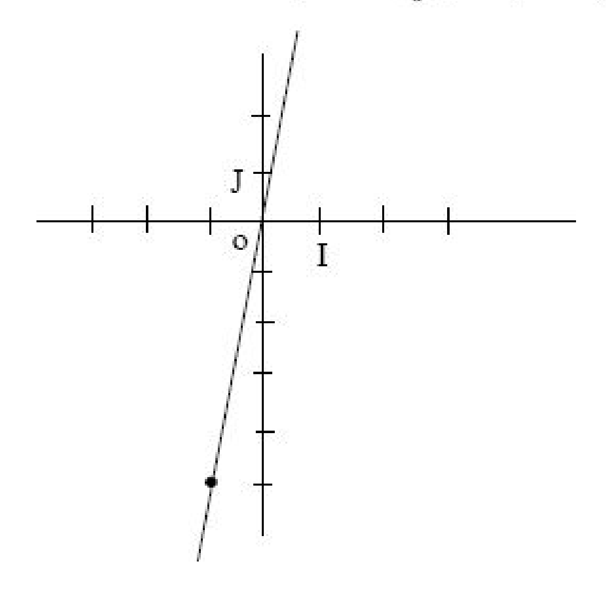
التطبيق 11

أ) حساب $g\left(\frac{1}{5}\right)$ ، $g(3)$ ، $g(-1)$

لدينا $g(x)=5x$ ومنه

$g\left(\frac{1}{5}\right)=1$ ، $g(3)=15$ ، $g(-1)=-5$

ب) التمثيل البياني للدالة g:



التطبيق 12

أ) التمثيل البياني للدالتين f و g :

لتمثيل الدالتين نحتاج إلى احداثيي نقطتين لكل دالة

لدينا: $f(x)=2x+1$ إذن $f(-2)=-3$ ، $f\left(\frac{1}{2}\right)=2$

لدينا: $g(x)=-x+4$ إذن $g(1)=3$ ، $g(2)=2$

ليكن (d_1) بيان الدالة f و (d_2) بيان الدالة g

ب) قراءة قيم من التمثيل البياني:

$f(0)=1$ ، $f(1)=3$ ، $f(2)=5$ ، $f(-1)=-1$

$g(0)=4$ ، $g(4)=0$ ، $g(-1)=5$ ، $g(3)=1$

جـ) قراءة قيم x من التمثيل البياني:

$f(x)=2$ إذن $x=0,5$

$f(x)=4$ إذن $x=1,5$

$f(x)=6$ إذن $x=2,5$

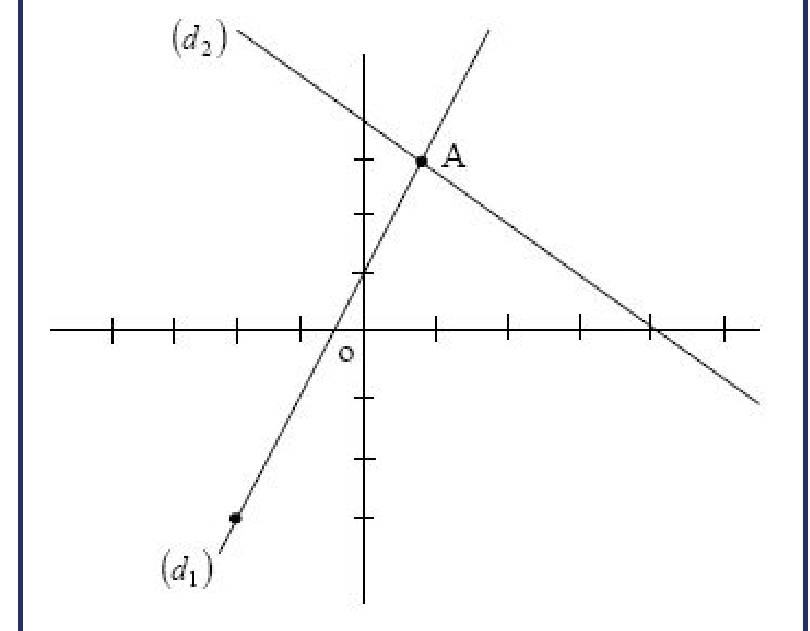
$g(x)=-3$ إذن $x=-2$

$g(x)=2$ إذن $x=2$

$g(x)=-1$ إذن $x=5$

د) قراءة احداثيي نقطة تقاطع (d_1) و (d_2):

$A(1\ ,\ 3)$



الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تطبيقات

التطبيق 13

1) النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى بيان الدالة f

2) النقطتان B ، C تنتميان إلى بيان الدالة f

3) النقطتان A، D لا تنتميان إلى بيان الدالة f

التطبيق 14

1) تعيين الدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين A ، B :

$$f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$$

النقطة $C(5\ ,\ 0)$ لا تنتمي إلى بيان الدالة f

التطبيق 15

* إيجاد العاملين a و b من التمثيل البياني للدالة f:

لدينا $f(0)=6$ معناه $b=6$

لدينا $f(-2)=3$ إذن

$$a=\frac{f(0)-f(-2)}{0+2}=\frac{6-3}{2}=\frac{3}{2}$$

ومنه $f(x)=\frac{3}{2}x+6$

* إيجاد العاملين a و b من التمثيل البياني للدالة g:

لدينا $g(0)=-4$ معناه $b=-4$

لدينا $g(-2)=2$ إذن

$$a=\frac{g(0)-g(-2)}{0+2}=\frac{-4-2}{2}=-3$$

ومنه $g(x)=-3x-4$

التطبيق 16

*إيجاد العامل a للدالة الخطية h من خلال التمثيل البياني :

لدينا $h(-1)=3$ معناه $-a=3$ أي $a=-3$

ومنه $h(x)=-3x$

*إيجاد العامل a للدالة الخطية k من خلال التمثيل البياني :

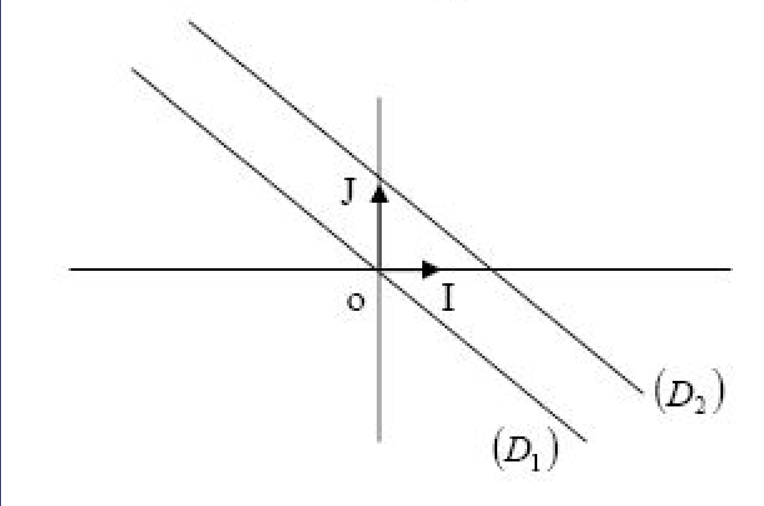
لدينا $k(2)=5$ معناه $2a=5$ أي $a=\frac{5}{2}$

ومنه $k(x)=\frac{5}{2}x$.

التطبيق 17

لا أوافق دليلة في رسم المستقيمين (D_1) و (D_2).

إليك التمثيل الصحيح



التطبيق 18

حساب ثمن البدلة بعد التخفيض:

$$7500-7500\times\frac{20}{100}=6000DA$$

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تطبيقات

التطبيق 19

حساب ثمن النقال بعد الزيادة:

$$y=\left(1+\frac{5}{100}\right)\times 12500=13125DA$$

إذن ثمن النقال بعد الزيادة هو : 13125DA.

التطبيق 20

حساب محتوى الخزان بعد إنقاص 30%

$$5-5\times\frac{30}{100}=3{,}5m^3$$

حساب محتوى الخزان بعد إضافة 20% من محتواه

$$3{,}5+3{,}5\times\frac{20}{100}=4{,}2m^3=4200L$$

التطبيق 21

كتابة الدوال الخطية على شكل نسب مئوية:

$$g(x)=\frac{70}{100}x$$

$$i(x)=\frac{300}{100}x$$

$$h(x)=\frac{200}{100}x$$

$$f(x)=\left(1+\frac{8}{100}\right)x$$

التطبيق 22

1) ملئ الجدول بحيث النسبة هي: 16%

	أخذ 16% من x	زيادة x بـــ 16%	خفض x بـــ 16%
العبارة الجبرية	$\frac{16}{100}x=0{,}16x$	$x+\frac{16}{100}x=\left(1+\frac{16}{100}\right)x=1{,}16x$	$x-\frac{16}{100}x=\left(1-\frac{16}{100}\right)x=0{,}84x$
لدالة الخطية	$x\to 0{,}16x$	$x\to 1{,}16x$	$x\to 0{,}84x$
معامل الدالة الخطية	0,16	1,16	0,84

2) ملئ الجدول بحيث النسبة هي: 90%

	أخذ 90% من x	زيادة x بـــ 90%	خفض x بـــ 90%
العبارة الجبرية	$\frac{90}{100}x=0{,}9x$	$x+\frac{90}{100}x=\left(1+\frac{90}{100}\right)x=1{,}9x$	$x-\frac{90}{100}x=\left(1-\frac{90}{100}\right)x=0{,}1x$
لدالة الخطية	$x\to 0{,}9x$	$x\to 1{,}9x$	$x\to 0{,}1x$
معامل الدالة الخطية	0,9	1,9	0,1

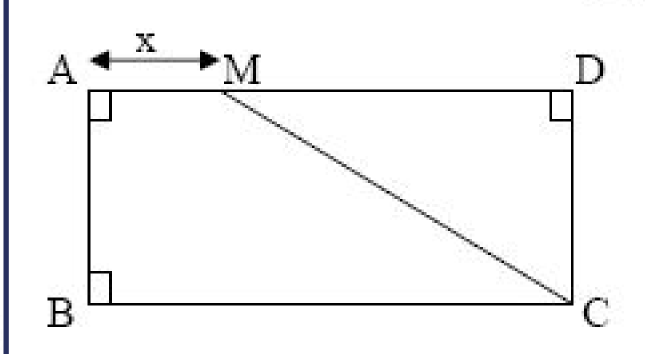
3) ملئ الجدول بحيث النسبة هي: 45%

	أخذ 45% من x	زيادة x بـــ 45%	خفض x بـــ 45%
العبارة الجبرية	$\frac{45}{100}x=0{,}45x$	$x+\frac{45}{100}x=\left(1+\frac{45}{100}\right)x=1{,}45x$	$x-\frac{45}{100}x=\left(1-\frac{45}{100}\right)x=0{,}55x$
لدالة الخطية	$x\to 0{,}45x$	$x\to 1{,}45x$	$x\to 0{,}55x$
معامل الدالة الخطية	0,45	1,45	0,55

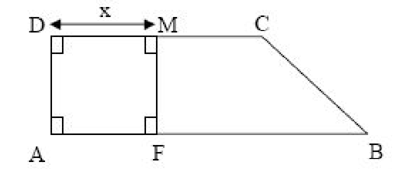
الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تمارين

التمرين 1

إيجاد العبارة التي تمثل S(x) مساحة المستطيل ABCM :



$$S(x)=\frac{(x+5)\times 4}{2}=2x+10$$



1)حساب مساحة شبه المنحرف ABCD :

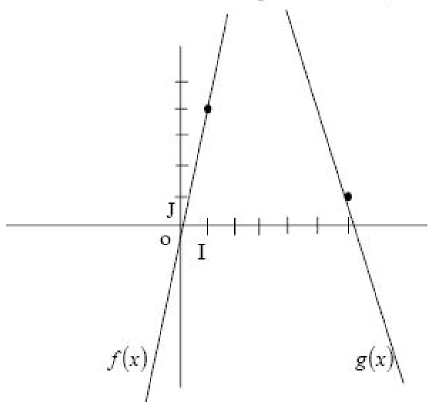
$$S=\frac{(5+8)\times 4}{2}=26$$

3) أ) السؤال غير مفهوم (يحذف) .

ب)حساب $F(x)$ مساحة المستطيل ADMF :

$$F(x)=4x$$

جـ) التمثيل البياني للدالة f :



4) أ) إيجاد العبارة $g(x)$ مساحة الشبه المنحرف BCMF :

$$g(x)=\frac{[(5-x)+(8-x)]\times 4}{2}=-4x+26$$

ب) التمثيل البياني للدالة g .

لدينا : $f(5)=6$ و $f(6)=1$

لنعبر عن محتوى y لخزان سيارة بدلالة المسافة المقطوعة x :

لدينا جدول التناسبية :

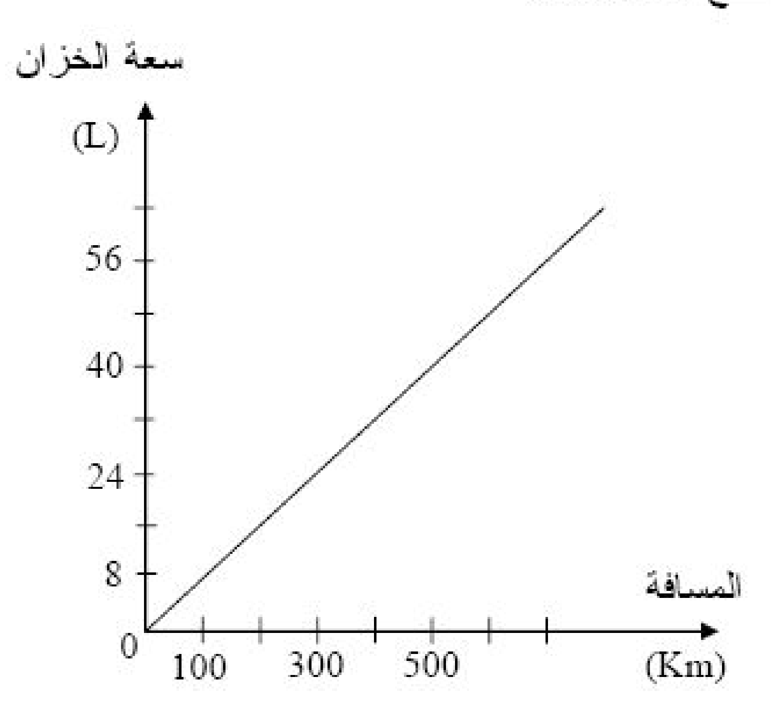
8	100
Y	x

أي $\frac{100}{x}=\frac{8}{y}$ ومنه $y=0,08x$

لنمثل بيانيا المستقيم الذي معادلته : $y=0,08x$

من خلال التمثيل, حجم البنزين في الخزان بعد قطع مسافة 500Km هو : 0L

أي الخزان فارغ وهذا يعني أن السيارة ستتوقف بعد قطع هذه المسافة.

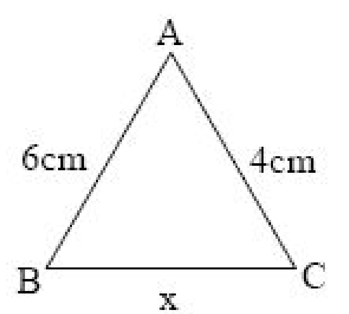


الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تمارين

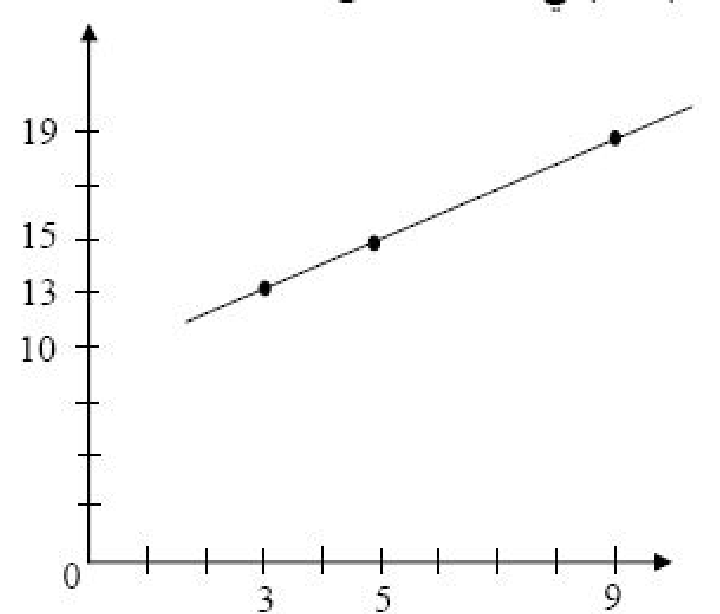
التمرين 4

* حساب المحيط y للمثلث ABC :

$y = x + 10$



التمثيل البياني لهذه الدالة من أجل $3 \leq x \leq 9$



من خلال التمثيل البياني لدينا:

من أجل $x = 5$ فان المحيط هو: $15cm$

المحيط $16{,}5cm$ فان الطول BC أو x هو $5{,}5cm$ أي $BC = x = 5{,}5cm$.

التمرين 5

الإجابة الصحيحة لكل سؤال هي:

1) ← ج

2) ← أ

3) ← ب

التمرين 6

	ثمن السلعة (DA)	نسبة الزيادة (%)	قيمة الزيادة (DA)
الزيت	380	**10,53**	40
اللحم	600	**13,34**	80
الحليب	15	16	**2,4**

التمرين 7

الدالة الخطية الموافقة لكل وضعية:

1) $f(x) = 0{,}07x$

2) $f(x) = 1{,}07x$

3) $f(x) = 0{,}93x$

4) $f(x) = 0{,}25x$

5) $f(x) = 1{,}54x$

6) $f(x) = 0{,}53x$

7) $f(x) = 1{,}68x$

8) $f(x) = 0{,}58x$

التمرين 8

إتمام الجدول:

0,99x	نقصان x بـ 1%
1,38x	زيادة x بـ 38%
0,5x	نقصان x بـ 50%
1,6x	زيادة x بـ 60%
2,75x	زيادة x بـ 175%
0,24x	نقصان x بـ 76%
0,89x	نقصان x بـ 11%
1,725	زيادة x بـ 72,5%

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تمارين

التمرين 9

1) عبارة الدالة الخطية التي تربط بين الثمن x لسلعة و ثمنها $f(x)$ بعد التخفيض بـــ 25% :

$f(x)=0{,}75x$

2) السعر المخفض للافتة كل سلعة هو:

1400DA	←	1050DA
1500DA	←	1125DA
2200DA	←	1650DA

التمرين 10

(1

لدينا: $g(x)=ax$

حساب a :

ثمن الحداد هو: 1500DA .

ثمن الحداد بعد التخفيض هو: 1000DA .

إذن: $a=\dfrac{1000}{1500}=0{,}67$

(2

نسبة التخفيض :

$\dfrac{1000}{1500}=\dfrac{1}{3}=67\%$

التمرين 11

1) كتابة y بدلالة x :

$y=0{,}8x$

2) حساب ثمن السروال بعد التخفيض:

$y=0{,}8\times1200$

$y=960DA$

إذن ثمن السروال بعد التخفيض هو: 960DA .

3) حساب ثمن سلعه قبل التخفيض:

$2880=0{,}8x$

$x=\dfrac{2880}{0{,}8}=3600$

ثمن سلعه قبل التخفيض هو: 3600DA .

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - مسائل

المسألة 1

1) حساب وزن الماء:

$$75\times\frac{80}{100}=60Kg$$

حساب حجم الماء:

لدينا:

$$1g \quad \to 1cm^3$$

$$60Kg \to x\,cm^3$$

$$60Kg=60000g$$

$$x=6000cm^3=60L$$

إذن حجم الماء هو: 60L.

2) حساب وزن شخص حجمه 50L :

لدينا:

$$60Kg \to 60L$$

$$xKg \to 50L$$

$$x=50Kg$$

المسألة 2

لنبين هل السبيكة مغشوشة:

حساب حجم السبيكة:

$$19{,}3g \to 1cm^3$$

$$500g \to x$$

$$x=25{,}9cm^3$$

بما أن $25{,}9cm^3 \rangle\ 27cm^3$ فان السبيكة مغشوشة.

المسألة 3

حساب الفرق الزمني بين رؤية شخص للبرق وسماعه للرعد

ليكن v_1 سرعة الضوء وليكن v_2 سرعة الصوت.

لدينا: $v_2=\frac{d}{t_2}$ $\qquad v_1=\frac{d}{t_1}$

أي $t_1=\frac{d}{v_2}$ و $t_2=\frac{d}{v_1}$

حساب الفرق:

$$t_2-t_1=\frac{d}{v_2}-\frac{d}{v_1}=\frac{10}{344}-\frac{10}{3\times10^5}\approx 0.029064s$$

المسألة 4

إيجاد الدالة التآلفية f الرابطة بين درجة الحرارة الفهرنهايتية و بدلالة درجة الحرارة بالسليسيوس .

لدينا: $f(100)=212, f(0)=32$

لدينا: $f(x)=ax+b$

حساب a: $a=\frac{f(100)-f(0)}{100-0}=1.8$

حساب b: $b=32$

إذن: $f(x)=1.8x+32$

درجات الحرارة في نظام الفرهنهايت

$41°F \leftarrow 5°C$

$68°F \leftarrow 20°C$

$98.6°F \leftarrow 37°C$

$50°F \leftarrow 10°C$

كتابة درجات الحرارة في نظام السيلسيوس:

$10°C \leftarrow 50°F$

$-5°C \leftarrow 23°F$

$-17.8°C \leftarrow 0°F$

المسألة 5

1) كتابة $x(t)$ بدلالة t في كل مرحلة من خلال التمثيل البياني:

المرحلة1: $x(t)=90t$

المرحلة2: $x(t)=0t$

المرحلة3: $x(t)=80$

2) ميل المستقيم في كل مرحلة يمثل سرعة السيارة.

3) المسافة الكلية المقطوعة هي: $240km$

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تطبيقات

التطبيق 1

1) الحل المناسب لهذه الجملة هو : $(-2\,,1)$

2)

$x+y=-1$

$x=-y-1$

نعوض x في المعادلة رقم (2) نجد:

$2(-y-1)+y=-3$

$-2y-2+y=-3$

$-y=-3+2$

$-y=-1$

$y=1$

نعوض y بقيمتها في المعادلة رقم (1) نجد:

$x=-1-1=-2$

إذن الثنائية $(-2\,,1)$ هي حل لهذه الجملة.

التطبيق 2

* نضرب طرفي المعادلة رقم (1) في -1 نجد:

$-x+y=1$

$$\left.\begin{matrix}-x+y=1\\x-2y=2\end{matrix}\right\}$$

بالجمع نجد: $-y=3$ ومنه $y=-3$

نضرب طرفي المعادلة رقم (1) في -2 نجد:

$-2x+2y=2$

$$\left.\begin{matrix}-2x+2y=2\\x-2y=2\end{matrix}\right\}$$

بالجمع نجد: $-x=4$ و منه $x=-4$

إذن الثنائية $(-4\,,-3)$ هي حل لهذه الجملة.

* نضرب طرفي المعادلة رقم (2) في -2 نجد:

$-2x+4y=-6$

$$\left.\begin{matrix}-2x+4y=-6\\2x-3y=-2\end{matrix}\right\}$$

بالجمع نجد: $y=-8$.

* نضرب طرفي المعادلة رقم (1) في 2 و طرفي المعادلة رقم (2) في -3 نجد:

$$\left.\begin{matrix}4x-6y=-4\\-3x+6y=-9\end{matrix}\right\}$$

بالجمع نجد: $x=-13$

إذن الثنائية $(-13\,,-8)$ هي حل لهذه الجملة.

$$\begin{cases}\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{2}{3}-\dfrac{1-y}{6}\\[2mm]\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{1}{6}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{3x-6}{12}=\dfrac{8}{12}-\dfrac{2-2y}{12}\\[2mm]\dfrac{3x-3}{6}+\dfrac{2y+4}{6}=\dfrac{1}{6}\end{cases}$$

$$\begin{cases}3x-6=8-2+2y\\3x-3+2y+4=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}3x-2y=12\\3x+2y=0\end{cases}$$

بالجمع نجد: $6x=12$ و منه $x=\dfrac{12}{6}=2$

$$\begin{cases}3x-2y=12\\3x+2y=0\end{cases}$$

بالطرح نجد: $-4y=12$ و منه $y=\dfrac{12}{-4}=-3$

إذن الثنائية $(2\,,-3)$ هي حل لهذه الجملة.

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تطبيقات

التطبيق 3

*

$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{2y}{4} = \frac{-8}{4} \\ \frac{3x}{6} + \frac{2y}{6} = \frac{24}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

$x - 2y = -8$ و منه $x = 2y - 8$

نعوض x بــ $2y - 8$ في المعادلة رقم (2) نجد:

$$3(2y - 8) + 2y = 24$$
$$6y - 24 + 2y = 24$$
$$8y = 24 + 24$$
$$8y = 48$$
$$y = 6$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x = 2 \times 6 - 8$$
$$x = 12 - 8$$
$$x = 4$$

إذن الثنائية $(4, 6)$ هي حل لهذه الجملة.

*

$$\begin{cases} x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = \sqrt{5} \ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ x\sqrt{6} + 2y = \sqrt{10} \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة رقم (1) في العدد $\sqrt{2}$ نجد:

$$x\sqrt{6} - 2y = \sqrt{10} \ldots\ldots\ldots(3)$$
$$2y = \sqrt{10} - x\sqrt{6}$$
$$y = \frac{\sqrt{10} - x\sqrt{6}}{2}$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) نجد:

$$x\sqrt{6} - 2\frac{\sqrt{10} - x\sqrt{6}}{2} = \sqrt{10}$$
$$x\sqrt{6} - 10 + x\sqrt{6} = \sqrt{10}$$
$$2\sqrt{6}x = \sqrt{10} + \sqrt{10}$$
$$2\sqrt{6}x = 2\sqrt{10}$$
$$x = \frac{2\sqrt{10}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

نعوض قيمة x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$y = \frac{\sqrt{10} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \sqrt{6}}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{10} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2}$$
$$y = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{10}}{2} = 0$$

إذن الثنائية $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}, 0\right)$ هي حل لهذه الجملة.

*

$$\begin{cases} 0{,}3x + 0{,}4y = 0{,}5 \\ 0{,}5x - 0{,}2y = 1{,}7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \ldots\ldots\ldots(1) \\ 5x - 2y = 17 \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

$$3x + 4y = 5$$
$$3x = 5 - 4y$$
$$x = \frac{5 - 4y}{3}$$

نعوض x بــ $\frac{5 - 4y}{3}$ في المعادلة رقم (2) نجد:

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تطبيقات

$$5\left(\frac{5-4y}{3}\right)-2y=17$$
$$\frac{25-20y}{3}-\frac{6y}{3}=\frac{51}{3}$$
$$-26y=51-25$$
$$-26y=26$$
$$y=-1$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x=\frac{5-4\times(-1)}{3}=\frac{5+4}{3}=\frac{9}{3}=3$$

إذن الثنائية $(3,-1)$ هي حل لهذه الجملة.

*

$$\begin{cases}\frac{4x-1}{3}+\frac{2y-3}{2}=0\\ \frac{x-y}{2}-\frac{2x+1}{3}=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{8x-2}{6}+\frac{6y-9}{6}=0\\ \frac{3x-3y}{6}-\frac{4x+2}{6}=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}8x+6y-11=0\text{..........}(1)\\ -x-3y-2=0\text{..........}(2)\end{cases}$$

$$-x-3y-2=0$$
$$-x=3y+2$$
$$x=-3y-2$$

نعوض x بـــ $-3y-2$ في المعادلة رقم (1) نجد:

$$8(-3y-2)+6y-11=0$$
$$-24y-16+6y-11=0$$
$$-18y=27$$
$$y=\frac{-27}{18}=-\frac{3}{2}$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) نجد:

$$x=-3\left(-\frac{3}{2}\right)-2=\frac{9}{2}-\frac{4}{2}=\frac{5}{2}$$

إذن الثنائية $\left(\frac{5}{2},-\frac{3}{2}\right)$ هي حل لهذه الجملة.

*

$$\begin{cases}\frac{4}{3}(x+y)+\frac{2}{3}(x-y)=1\\ \frac{2}{3}(x+y)+\frac{3}{4}(x-y)=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{4x+4y}{3}+\frac{2x-2y}{3}=\frac{3}{3}\\ \frac{8x+8y}{12}+\frac{9x-9y}{12}=\frac{12}{12}\end{cases}$$

$$\begin{cases}6x+2y=3\text{..............}(1)\\ 17x-y=12\text{.............}(2)\end{cases}$$

$$17x-y=12$$
$$y=17x-12$$

نعوض y بـــ $17x-12$ في المعادلة رقم (1) نجد:

$$6x+2(17x-12)=3$$
$$6x+34x-24=3$$
$$40x=27$$
$$x=\frac{27}{40}$$

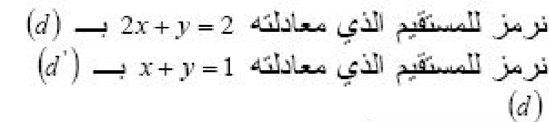
نعوض قيمة x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$y=17\times\frac{27}{40}-12=-\frac{21}{40}$$

إذن الثنائية $\left(\frac{27}{40},-\frac{21}{40}\right)$ هي حل لهذه الجملة.

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تطبيقات

التطبيق 4

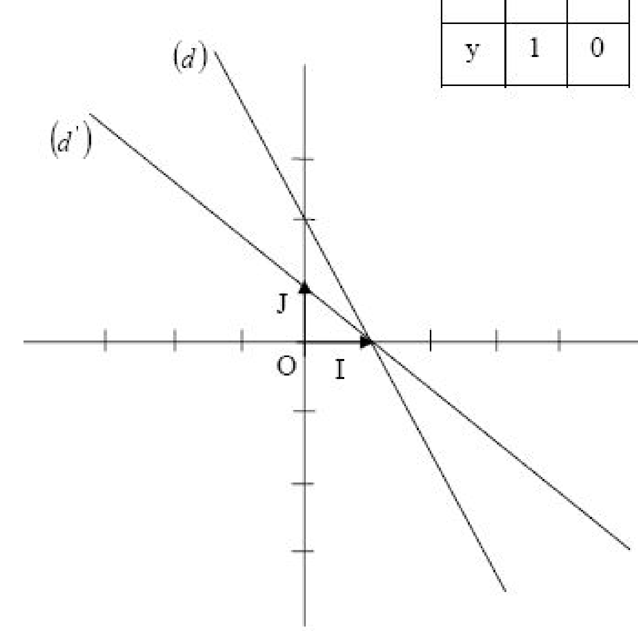

نرمز للمستقيم الذي معادلته $2x+y=2$ بـــ (d)
نرمز للمستقيم الذي معادلته $x+y=1$ بـــ (d')

(d)

x	0	1
y	2	0

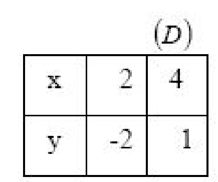
(d')

x	0	1
y	1	0

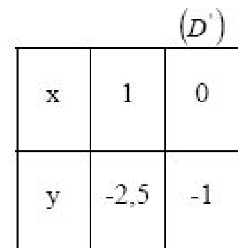


النقطة I هي الحل البياني لهذه الجملة .

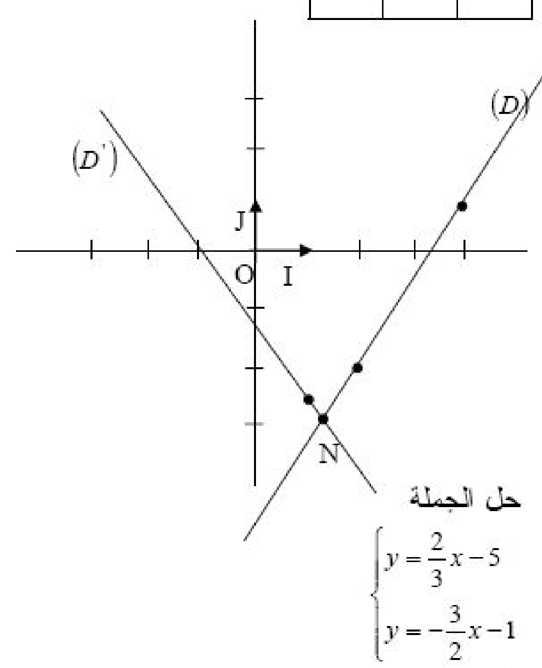
التطبيق 5


(D)

x	2	4
y	-2	1


(D')

x	1	0
y	-2,5	-1



حل الجملة

$$\begin{cases} y=\frac{2}{3}x-5 \\ y=-\frac{3}{2}x-1 \end{cases}$$

بالجمع نجد: $2y=-6$ و منه $y=-3$
نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) نجد:

$$-3=-\frac{3}{2}x-1$$

$$\frac{3}{2}x=3-1$$

$$\frac{3}{2}x=2$$

$$x=\frac{2}{\frac{3}{2}}=2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$$

إذن الثنائية $\left(\frac{4}{3}\,;\,-3\right)$ هي حل لهذه الجملة.

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تمارين



التمرين 1

$A(1\,,2)$ ومنه $F(1)=2$

$B(-1\,,0)$ و منه $F(-1)=0$

$F(1)=2$ و منه $a\times 1+b=2$ و منه $a+b=2$

$F(-1)=0$ ومنه $a(-1)+b=0$ ومنه $-a+b=0$

نحل جملة المعادلتين:

$$\begin{cases} a+b=2 \ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ -a+b=0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بالجمع نجد: $2b=2$ و منه $b=1$

نعوض قيمة b في المعادلة رقم (1) نجد:

$$a+1=2$$
$$a=2-1=1$$

إذن $F:x\rightarrow x+1$

التمرين 2

$T(-4\,,-10)$ ومنه $g(-4)=-10$

$M(2\,,5)$ ومنه $g(2)=5$

$g(-4)=-10$ ومنه $-4a+b=-10$

$g(2)=5$ ومنه $2a+b=5$

لحساب a , b نحل الجملة:

$$\begin{cases} -4a+b=-10 \ldots\ldots(1) \\ 2a+b=5 \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بالطرح نجد: $-6a=-15$ ومنه $a=\frac{-15}{-6}=\frac{5}{2}$

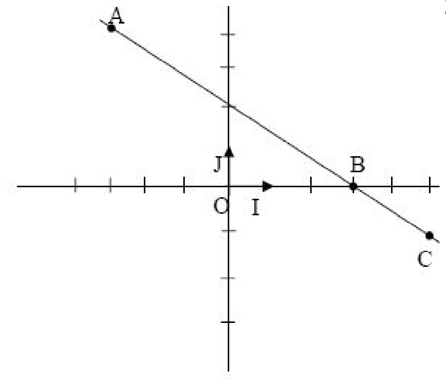
نعوض قيمة a في المعادلة رقم (2) نجد:

$$2\times\frac{5}{2}+b=5$$
$$5+b=5$$
$$b=0$$

إذن $g:x\rightarrow\frac{5}{2}x$

(MT) يعين تمثيلا بيانيا لدالة خلية لأن $b=0$

التمرين 3



نعين الدالة F التي تمثيلها يمثل النقطتين B,A .

$A(-3\,,4)$ ومنه $F(-3)=4$ ومنه $-3a+b=4$

$B(3\,,0)$ ومنه $F(3)=0$ ومنه $3a+b=0$

نحل الجملة:

$$\begin{cases} -3a+b=4 \ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ 3a+b=0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بالجمع نجد: $2b=4$ ومنه $b=\frac{4}{2}=2$

نعوض قيمة b في المعادلة رقم (2) نجد:

$$3a+2=0$$
$$3a=-2$$
$$a=-\frac{2}{3}$$

إذن $F:x\rightarrow-\frac{2}{3}x+2$

$$F(5)=-\frac{2}{3}\times 5+2=\frac{-10}{3}+\frac{6}{3}=-\frac{4}{3}$$

إذن C تنتمي إلى التمثيل البياني لـ F أي النقط C,B,A في استقامة.

التمرين 5

نرمز لقارورة مشروبات غازية بـ x و لقارورة عصير بـ y نجد:

$$\begin{cases} 20x+30y=1400 \\ 7x+y=205 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=140 \ldots\ldots\ldots(1) \\ 7x+y=205 \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

$7x+y=205$ ومنه $y=205-7x$

نعوض y بـ $205-7x$ في المعادلة رقم (1) نجد:

$$2x+3(205-7x)=140$$
$$2x+615-21x=140$$
$$-19x=-475$$
$$x=\frac{-475}{-19}=25$$

نعوض قيمة x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$y=205-7\times 25=30$$

إذن ثمن قارورة المشروب الغازي هو $25DA$

ثمن قارورة العصير هو $30DA$

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تمارين

التمرين 6

نرمز لعدد الكتب التي سمكها 3cm بـــ x ولعدد الكتب التي سمكها 5cm بـــ y نجد:

$$\begin{cases} x+y=42 \ldots\ldots(1) \\ 3x+5y=150 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

$x+y=42$ ومنه $x=42-y$

نعوض x بـــ $42-y$ في المعادلة رقم (2) نجد:

$$3(42-y)+5y=150$$
$$126-3y+5y=150$$
$$2y=24$$
$$y=\frac{24}{2}=12$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x=42-12=30$$

إذن عدد الكتب التي سمكها 3cm هو 12
عدد الكتب التي سمكها 5cm هو 30 .

التمرين 7

$$\begin{cases} x=y+20 \\ x+y=180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=20 \ldots\ldots(1) \\ x+y=180 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بالجمع نجد: $2x=200$ ومنه $x=\frac{200}{2}=100^\circ$

نعوض قيمة x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$100+y=180$$
$$y=180-100=80^\circ$$

التمرين 8

$$\begin{cases} \hat{S}=\hat{T}+20 \\ \hat{S}+\hat{T}=90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{S}-\hat{T}=20 \ldots\ldots(1) \\ \hat{S}+\hat{T}=90 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بالجمع نجد: $2\hat{S}=110$ ومنه $\hat{S}=\frac{110}{2}=55^\circ$

نعوض قيمة $\hat{S}$ في المعادلة رقم (2) نجد:

$$55+\hat{T}=90$$
$$\hat{T}=90-55=35^\circ$$

التمرين 9

نرمز لعدد الدجاج بـــ x و عدد الأرانب بـــ y نجد:

$$\begin{cases} x+y=78 \\ 2x+4y=218 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=78 \ldots\ldots(1) \\ x+2y=109 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بالطرح نجد: $-y=-31$ ومنه $y=31$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x+31=78$$
$$x=78-31=47$$

إذن عدد الدجاج هو 47 و عدد الأرانب هو 31.

التمرين 10

نرمز للعددين بـــ : x, y نجد:

$$\begin{cases} x+y=286 \\ x=4y+21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=286 \ldots\ldots(1) \\ x-4y=21 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بالطرح نجد: $5y=265$ ومنه $y=\frac{265}{5}=53$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x+53=286$$
$$x=286-53=233$$

إذن العددين هما : 53, 233 .

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تمارين

التمرين 11

نرمز للمبلغ الأول بـــ a و للمبلغ الثاني بـــ b نجد:

$$\begin{cases} a+b=50000000 \\ \frac{8}{100}a+\frac{12}{100}b=5080000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=50000000 \ldots\ldots(1) \\ 8a+12b=508000000 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

$a+b=50000000$ ومنه $a=50000000-b$

نعوض a بـــ $50000000-b$ في المعادلة رقم (2) نجد:

$$8(50000000-b)+12b=508000000$$

$$400000000-8b+12b=508000000$$

$$4b=108000000$$

$$b=\frac{108000000}{4}=27000000$$

نعوض قيمة b في المعادلة رقم (1) نجد:

$$a=50000000-27000000=23000000$$

إذن المبلغ الأول يقدر بـــ : 23000000DA

و المبلغ الثاني يقدر بـــ: 27000000DA

التمرين 12

نرمز لهذا الكسر ب $\frac{a}{b}$ نجد :

$$\begin{cases} \frac{a+1}{b-1}=1 \\ \frac{a}{b+1}=\frac{1}{2} \end{cases}$$ و منه $$\begin{cases} a+1=b-1 \\ 2a=b+1 \end{cases}$$

و منه $$\begin{cases} a-b=-2 \ldots\ldots(1) \\ 2a-b=1 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة (1) في -1 نجد :

-a +b=2

$$\begin{cases} -a+b=2 \\ 2a-b=1 \end{cases}$$ بالجمع a=3

نعوض قيمة a في المعادلة رقم (1) نجد :

3a-b=-2 و منه –b=-2-3

منه –b=-5 منه b=5

إذن الكسر هو : $\frac{3}{5}$

التمرين 14

$$\begin{cases} L+\frac{20}{100}\times L+l=22,4 \\ L+l-\frac{20}{100}\times l=18,4 \end{cases}$$ و منه $$\begin{cases} L+\frac{1}{5}L+l=22,4 \\ L+l-\frac{1}{5}l=18,4 \end{cases}$$

منه $$\begin{cases} \frac{6}{5}L+\frac{5}{5}l=\frac{112}{5} \\ \frac{5}{5}L+\frac{4}{5}l=\frac{92}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6L+5l=112 \ldots\ldots(1) \\ 5L+4l=92 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

$5L+4l=92$ ومنه $5L=92-4l$ و منه

$$L=\frac{92-4l}{5}$$

نعوض L في المعادلة رقم (1) نجد :

$6\times\frac{92-4l}{5}+5l=112$ ومنه

$\frac{552-24l}{5}+\frac{25l}{5}=\frac{560}{5}$ منه $l=560-552$

و منه $l=8cm$

نعوض قيمة l في المعادلة رقم (2) نجد :

$L=\frac{92-4\times 8}{5}$ منه $L=\frac{60}{5}$

ومنه $L=12cm$

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - مسائل

المسألة 1

$V_1 = \frac{d_1}{t_1}$ منه $t_1 = \frac{d_1}{V_1}$ منه $t_1 = \frac{d_1}{60}$

$V_2 = \frac{d_2}{t_2}$ منه $t_2 = \frac{d_2}{V_2}$ منه $t_2 = \frac{d_2}{52}$

بما أن $t_1 = t_2$ إذن $t = \frac{d_1}{60} = \frac{d_2}{52}$

$t = \frac{d_1}{60} = \frac{d_2}{52} = \frac{d_1 + d_2}{60 + 52} = \frac{196}{112} = 1{,}75$

1 ساعة 75 جزء من 100 يمثل 1 ساعة و 45 دقيقة

$6h30mn + 1h45mn = 7h75mn = 8h15mn$

إذن على الساعة 8 و 15 دقيقة تتلاقى فيها السيارة مع الدراجة النارية

$V_1 = \frac{d_1}{t_1}$ منه $d_1 = V_1 t_1$ منه $d_1 = 60 \times 1{,}75 = 105m$

المسألة 2

نرمز تطول الحديقة ب L و عرضها ب l نجد :

$\begin{cases} L - 3 = l + 6 \\ (L-3)(l+6) = Ll + 78 \end{cases}$

$\begin{cases} L - l = 6 + 3 \\ Ll + 6L - 3l - 18 = Ll + 78 \end{cases}$

$\begin{cases} L - l = 9 ....(1) \\ 6L - 3l = 96 .....(2) \end{cases}$

$L - l = 9$ ومنه $L = 9 + l$

نعوض L في المعادلة رقم (2) نجد :

$6(9+l) - 3l = 96$ منه

$54 + 6l - 3l = 96$ منه $3l = 96 - 54$ منه $3l = 42$ منه

$l = \frac{42}{3}$ منه $l = 14$

نعوض قيمة l في المعادلة رقم (1) نجد : $L = 9 + 14$

منه $L = 23$

إذن الطول 23m و العرض 14m .

المسألة 3

* $\begin{cases} x - y = -3 \\ x^2 - y^2 = 6 \end{cases}$ منه $\begin{cases} x - y = -3 \\ (x-y)(x+y) = 6 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = -3 ....(1) \\ x + y = -2 ....(2) \end{cases}$

بالجمع نجد $2x = -5$ منه $x = \frac{-5}{2}$

نعوض قيمة x في المعادلة (1) نجد :

$-\frac{5}{2} - y = -3$ منه $y = \frac{-5}{2} + \frac{6}{2}$ منه $y = \frac{1}{2}$

* $\begin{cases} x + y = 20 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases}$ منه $\begin{cases} x + y = 20 \\ (x+y)(x-y) = 40 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 20 ....(1) \\ x - y = 2 ....(2) \end{cases}$

بالجمع نجد $2x = 22$ منه $x = \frac{22}{2} = 11$

نعوض قيمة x في المعادلة (1) نجد :

$11 + y = 20$ منه $y = 20 - 11 = 9$

المسألة 4

$\begin{cases} AC + BC = 108 - 27 \\ AC^2 = BC^2 - AB^2 \end{cases}$ منه

$\begin{cases} AC + BC = 81 \\ AC^2 - BC^2 = -729 \end{cases}$ منه

$\begin{cases} AC + BC = 81 \\ (AC + BC)(AC - BC) = -729 \end{cases}$ منه

$\begin{cases} AC + BC = 81 ....(1) \\ AC - BC = 9 ....(2) \end{cases}$ بالجمع نجد

$2AC = 90$

منه $AC = \frac{90}{2} = 45cm$

نعوض AC بقيمته في المعادلة رقم (1) نجد :

$45 + BC = 81$ منه

$BC = 81 - 45 = 36cm$

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - مسائل

المسألة 5

(1

$2(x+y)=18$

$xy=18$

(2

$(x+y)^2-4xy=x^2+y^2+2xy-4xy$

$=x^2+y^2-2xy$..................(1)

$(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$............................(2)

من (1) و (2) نستنتج أن :

$(x+y)^2-4xy=(x-y)^2$

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$

$=\left(\frac{18}{2}\right)^2-4\times18$

$=9^2-72$

$=81-72$

$=9$

(3 $x-y=\sqrt{9}=3$

$\begin{cases}x-y=3 \text{..........(1)}\\ x+y=9 \text{..........(2)}\end{cases}$

بالجمع نجد :

$2x=12$ منه $x=\frac{12}{2}=6cm$

نعوض قيمة x في المعادلة (2) نجد :

$6+y=9$ منه $y=9-6=3cm$

المسألة 6

نرمز لعدد الدراجات النارية ب x و عدد السيارات ب y نجد :

$\begin{cases}x+y=70\\ 2x+4y=180\end{cases}$

$\begin{cases}x+y=70\\ \frac{2x+4y}{2}=\frac{180}{2}\end{cases}$

$\begin{cases}x+y=70 \text{.........(1)}\\ x+2y=90 \text{.........(2)}\end{cases}$

بالطرح نجد :

$-y=-20$ منه $y=20$

نعوض قيمة y في المعادلة (1) نجد :

$x+20=70$ منه $x=70-20=50$

إذن عدد الدراجات النارية هو 50 و عدد سيارات الأجرة هو 20 .

المسألة 7

(1

$\begin{cases}AB+AC=14\sqrt{5}\\ AB=AC+2\sqrt{5}\end{cases}$

$\begin{cases}AB+AC=14\sqrt{5} \text{..........(1)}\\ AB-AC=2\sqrt{5} \text{............(2)}\end{cases}$

بالجمع نجد :

$2AB=16\sqrt{5}$ منه $AB=\frac{16\sqrt{5}}{2}=8\sqrt{5}$

نعوض قيمة AB في المعادلة (1) نجد :

$8\sqrt{5}+AC=14\sqrt{5}$ منه $AC=14\sqrt{5}-8\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

(2

إذا كان ABC قائم في A فإن :

$BC^2=AB^2+AC^2$ (نظرية فيثاغورث) ومنه

$BC^2=\left(8\sqrt{5}\right)^2+\left(6\sqrt{5}\right)^2$

$=64\times5+36\times5$

$=320+180$

$=500$

منه $BC=\sqrt{500}=10\sqrt{5}$

الإحصاء - تمارين

التمرين 1

1) التكرار النسبي لمساحة وهران هو: $P=\frac{1}{6}$

2) التكرار النسبي لمساحات الولايات التي تفوق $100000Km^2$ هو $\frac{5}{6}$

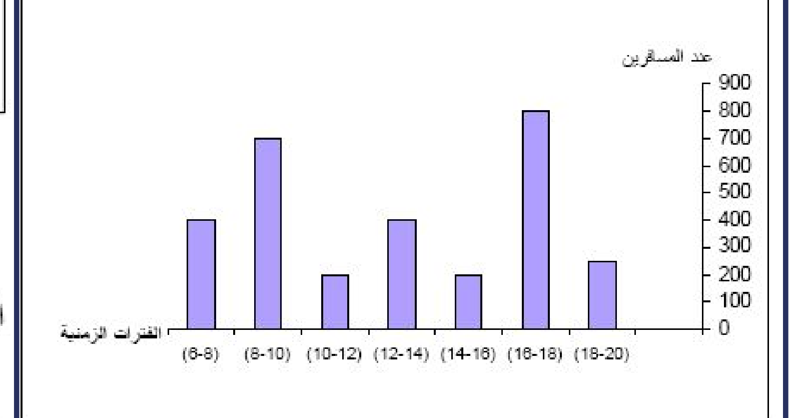
$$1-P=1-\frac{1}{6}=\frac{6}{6}-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

إذن $1-P=\frac{5}{6}$

أي التكرار النسبي لمساحات الولايات التي تفوق $100000Km^2$ يساوي الفرق بين التكرار النسبي الكلي و التكرار النسبي لمساحة وهران.

التمرين 2

(1



2) عدد المسافرين في الفترة الصباحية هو: 1300 مسافر.

3) التكرار النسبي للفترة الصباحية: $\frac{1300}{3000}\approx 0.43$

التمرين 3

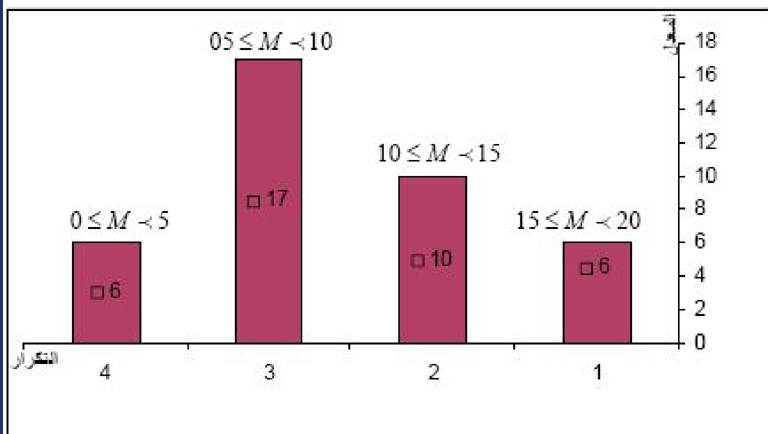
عدد تلاميذ القسم هو 40 تلميذ (التكرار المجمع المتزايد الأخير)

المعدل (M)	$0\le M<5$	$05\le M<10$	$10\le M<15$	$15\le M<20$
التكرار	6	18	11	5

التمرين 4

$x=39$ (التكرار المجمع المتناقص الأخير)

المعدل (M)	$0\le M<5$	$05\le M<10$	$10\le M<15$	$15\le M<20$
التكرار	6	17	10	6



التمرين 6

الوسط الحسابي: $\frac{10\times20+20\times25+30\times5+40\times30}{20+25+5+30}$

$\frac{2050}{80}\approx 25.63$

الوسيط: $\frac{40}{2}=20$

تمرين 8 ص 147:

$$\frac{0+14}{2}\times\frac{34.21}{100}+\frac{14+64}{2}\times\frac{61.72}{100}+\frac{65+95}{2}\times\frac{4.07}{100}=2.39+24.07+3.25\approx 30$$

معدل عمر الجزائريين هو 30 سنة.

❖ نسبة الجزائريين الذين تقل أعمارهم عن 64 سنة:

$34.21+61.72=95.93$

عددهم 31 مليون نسمة $32.08\times\frac{95.93}{100}\approx 31$

الإحصاء - تمارين

التمرين 7

1991	1990	1989	تواريخ الازدياد
2	21	7	عدد التلاميذ
16	17	18	أعمار التلاميذ

1) وسط تاريخ ازديادهم:

$$\frac{1989\times 7+1990\times 21+1991\times 2}{2+21+7}$$

$$=\frac{59695}{30}1989.83$$

2) وسط أعمارهم: $\frac{16\times 2+17\times 21+18\times 7}{2+21+7}=\frac{515}{30}\approx 17$

التمرين 9

$\leq a \prec 20$	$20\leq a \prec 40$	$40\leq a \prec 60$	$60\leq a \prec 80$	$80\leq a \prec 100$
$218°$	$54°$	$44°$	$27°$	$17°$
61	15	12	7.5	4.5
305	75	60	37	23
10	30	50	70	90

وسط أعمار سكان الحي:

$$\frac{10\times 305+30\times 75+50\times 60+70\times 37+90\times 23}{305+75+60+37+23}$$

$$=\frac{12960}{500}\approx 25.92$$

التمرين 10

1) الوسط الحسابي $=\frac{\text{مجموع النقاط}}{\text{عدد النقاط}}$

$$\frac{196.25}{26}\approx 7.54$$

2) النقطة الوسيطية: $7.25=\frac{14.5}{2}=\frac{7+7.5}{2}$

3) مدى نقاط القسم: $13-2.5=10.5$

4) العدد هو 8:

النسبة: $31\%\approx\frac{800}{26}=\frac{8\times 100}{26}$ بما أن 31% من التلاميذ تحصلوا على نقطة تفوق أو تساوي 10 فإن نتائج القيم ضعيفة.

التمرين 11

1) معدل سنة 2000:

$$\frac{2171+3656+11+9318+1584}{5}$$

$$=\frac{16740}{5}=3348$$

معدل سنة 2001:

$$\frac{2003+4373+16+26567+1637}{5}=\frac{3459.6}{5}=6919.2$$

معدل سنة 2002:

$$\frac{1919+4184+21+19514+1544}{5}=\frac{27182}{5}=5436.4$$

معدل سنة 2003:

$$\frac{2005+4372+22+42000+1613}{5}=\frac{50012}{5}=10002.4$$

2) نسبة إنتاج الحبوب في كل سنة:

سنة 2000: $\frac{9318\times 100}{16740}=55.66\%$

سنة 2001: $\frac{26567\times 100}{34596}=76.79\%$

سنة 2002: $\frac{19514\times 100}{27182}=71.79\%$

سنة 2003: $\frac{42000\times 100}{50012}=83.97\%$

3) نسبة إنتاج الحبوب في السنوات الأربع:

$$\frac{(9318+26567+19514+42000)\times 100}{16740+34596+27182+50012}=\frac{9739900}{128530}\approx 75.78\%$$

الإحصاء - تمارين

التمرين 12

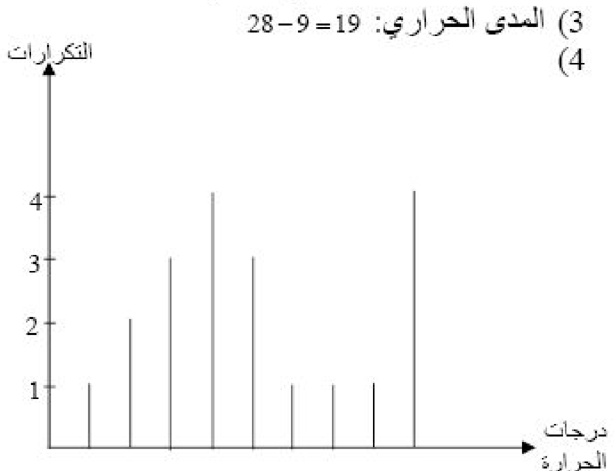
درجات الحرارة(C°)	9	11	14	15	17	18	19	20	28
التكرارات	1	2	3	4	3	1	1	1	4

$$\frac{9\times1+11\times2+14\times3+15\times4+17\times3+18+19+20+28\times4}{1+2+3+4+3+1+1+1+4}=\frac{353}{20}=17.65°C$$

2) القيمة الوسيطية: $\frac{15+17}{2}=\frac{32}{2}=16$

3) المدى الحراري: $28-9=19$

4)



5) منوال هذه الدرجات الحرارية هو 15 و28

6) عدد درجات الحرارة الأقل من 17°C و 10

نسبة درجات الحرارة الاكبر من 20°C :

$$\frac{4\times100}{20}=20\%$$

التمرين 13

1) عدد المشتركين في النادي:

$$1+4+3+4+5+6=23$$

2)

الأعمار	12	13	14	15	16	17
التكرارات	3	4	6	5	4	1
التواترات	0.13	0.17	0.26	0.22	0.17	0.04
التكرارات المجمعة المتناقصة	23	20	16	10	5	1

3) عدد المشتركين الذين تفوق أعمارهم 14 سنة :

$$5+4+1=10$$

النسبة المئوية للمشتركين الذين أعمارهم 14 سنة:

$$\frac{6\times100}{23}\approx26\%$$

4) معدل الأعمار المشتركين في النادي:

$$\frac{12\times3+13\times4+14\times6+15\times5+16\times4+17}{3+4+6+5+4+1}$$

$$=\frac{328}{23}\approx14.26$$

5) العمر الوسيط هو 14 سنة:

6) مدى الأعمار المشتركين: $17-12=5$

التمرين 14

تكرار القيم الأصغر تماما من $1g/l$ هو: 12

تكرار القيم الأكبر من $1g/l$ هو : 21

القيمة الوسيطية لنسبة السكر في الدم لهذه العينة هي: 1.06

متوسط نسبة السكر في الدم للعينة هي: $\frac{35.39}{34}=1.04$

التمرين 15

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	12	9	14	10	5
التكرارات	12	21	35	45	50
التكرارات المتجمعة المتناقصة	50	38	290	15	58
التواترات المتجمعة المتزايدة	0.24	0.42	0.7	0.9	1
التواترات المتجمعة المتناقصة	1	0.76	0.58	0.3	0.1

الوسيط: $\frac{12+9\times2+14\times3+10\times4+5\times5}{12+9+14+10+5}=\frac{137}{50}=2.74$

الوسيط هو: 14

الإحصاء - مسائل

المسألة 1

$$\frac{\acute{x}\ +5+5+8+89+9+y}{7}=7$$

$$\frac{x+36+y}{7}=7$$

منه $x+y+36=49$ منه $x+y=49-36$

منه $x+y=13$

لدينا $y-x=7$

نحل الجملة: $\begin{cases} x+y=13 ......(1) \\ y-x=7.........(2) \end{cases}$

بالجمع نجد: $\begin{cases} x+y=13 \\ y-x=7 \end{cases}$

$2y=20$

$y=\frac{20}{2}$ $y=10$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$x+10=13$ منه $x=13-10$ منه $x=3$

المسألة 2

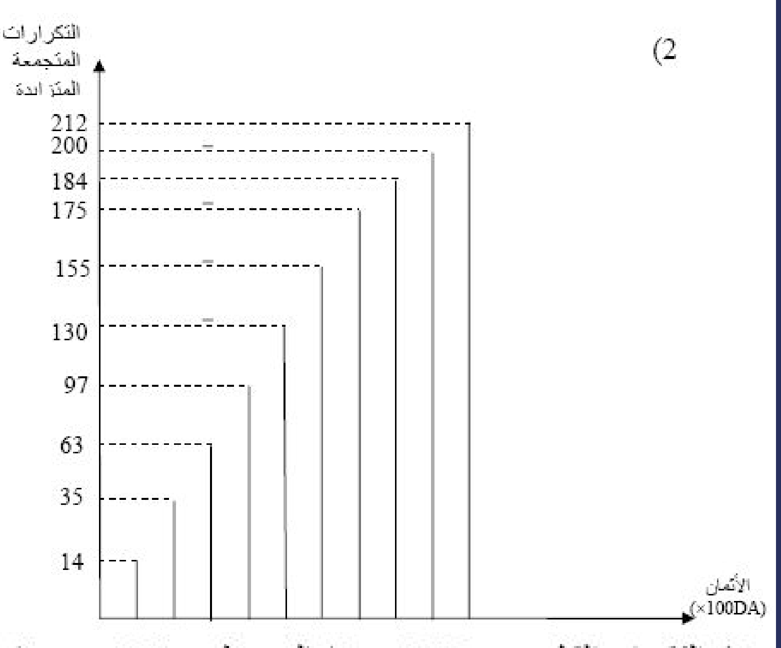
1)

الأثمان (×100DA)	<5	<10	<15	<20	<25	<30	<35	<40	<45	<50
التكرارات المتجمعة المتزايدة	14	35	63	97	130	155	175	184	200	212
التكرارات	14	21	28	34	33	25	20	9	16	12
مراكز الفئات	250	750	1250	1750	2250	2750	3250	3750	4250	4750
الجداءات	3500	15750	35000	59500	74250	68750	65000	33750	68000	57000

الوسط الحسابي المتوازن: $=\frac{\text{مجموع الجداءات}}{\text{مجموع التكرارات}}$

$$\frac{480500}{212}=2266.5$$

2)



3) التكرار الكلي هو 212 منه الوسيط هو 106 منه الوسيط ينتمي إلى الفئة $2000 \succ$ الثمن ≤ 1500 ذات التكرار 97

4) التكرار النسبي للبضائع التي أثمانها محصورة بين 4500DA, 2500DA

$$\frac{25+20+9+16}{212}\approx 0.33$$

المسألة 3

فئات الأجور ($\times 10^3$)	35≤ الأجر<40	35≤ الأجر<40	35≤ الأجر<40	35≤ الأجر<40	35≤ الأجر<40	35≤ الأجر<40	المجموع
التكرارات	80	20	13	4	3	2	122
التكرارات المتجمعة المتزايدة	80	100	113	117	120	122	
مراكز الفئات	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	150

1) عدد عمال المؤسسة هو 122 عامل (مجموع التكرارات).

1) عدد عمال المؤسسة هو 122 عامل (مجموع التكرارات).

3) $61=\frac{122}{2}=\frac{\text{عدد التكرارات}}{2}$

الوسيط هو الأجر الواحد وستون وينتمي إلى الفئة الأولى أي $10\le$ الأجر <15

الإحصاء - مسائل

المسألة 4

نرمز لعدد عمال المؤسسة الأولى بـ x نجد:

$\frac{2}{5}x$ عاملا حديثو التوظيف.

$\frac{3}{5}x$ باقي العمال.

$\frac{3}{5}x = 63$ منه $= 63 \times \frac{5}{3}$ منه $x = 10$

إذن عدد عمال المؤسسة الأولى هو 105

نرمز لعدد عمال المؤسسة الثانية بـ y نجد: $\frac{5}{7}y$ عدد العمال الباقون.

$\frac{5}{7}y = 30$ منه $y = 30 \times \frac{7}{9}$ منه $y = 42$

إذن عمال المؤسسة الثانية هو: 42

	المؤسسة الأولى	المؤسسة الثانية
عدد العمال	105	42
عدد العمال حديثوا التوظيف	42	30
عدد العمال القدماء	63	12
متوسط الأجر	13800	13285.7
الأجر الوسيط	15000	13000

(1

- ❖ في المؤسسة الأولى عدد العمال القدماء أكبر من عدد العمال حديثوا التوظيف.
  في المؤسسة الثانية عدد العمال حديثوا التوظيف أكبر من عدد العمال القدماء.
- ❖ متوسط الأجر في المؤسسة الأولى أكبر من متوسط الأجر في المؤسسة الثانية.
- ❖ الأجر الوسيط في المؤسسة الأولى أكبر من الأجر الوسيط في المؤسسة الثانية.

2) النسبة المئوية لعمال المؤسسة الأولى الذين يتقاضون أجر يقل عن معدل أجور المؤسسة هو 40% .

النسبة المئوية لعمال المؤسسة الثانية هو 71%

إذن يوجد عدد أكبر من العمال في المؤسسة الثانية يتقاضون أجورا تقل عن معدل الأجور في مؤسستهم.

المسألة 5

1) العدد الكلي لقطع الغيار هو 360 قطعة

2) الوسط:

$$\frac{440+450+460+470+480+490+500}{7} = 470g$$ ال

وسيط هو 470g.

3) نسبة قطع الغيار التي يفوق وزنها تماما 480g .

$$\frac{(490\times30+500\times24)\times100}{169460} \approx 16\%$$

4) نسبة قطع الغيار التي يفوق وزنها تماما 460g .

$$\frac{(440\times10+450\times34)\times100}{169460} \approx 12\%$$

5) النسبة المئوية لقطع الغيار الصالحة للاستعمال:

$$\frac{(460\times88+470\times94+480\times80)\times100}{169460} \approx 73\%$$

6) وسط الوزن لقطع الغيار الصالحة للاستعمال:

$$\frac{460\times88+470\times94+480\times80}{88+94+80} = \frac{123060}{262} \approx 469.7g$$

المسألة 6

2) سنة 2001 كان أكبر تدفق للاستثمار.

3) بين سنتي 2000و 2001 كان أسرع تطور لتدفق للاستثمار.

4) معادلة المستقيم الممثل لتدفق للاستثمار بدلالة السنوات في المرحلة الأخيرة.

$$\frac{1.2-1}{2003-2002} = \frac{0.2}{1} = 0.2$$

$$y = 0.2x + t$$

نعوض y بـ 1.2 و x بـ 2003 نجد:

$$1.2 = 0.2\times2003 + t$$

$$t = 1.2 - 400.6$$

$$t = -399.6$$

نعوض x بـ 2007 نجد:

$$y = 0.2\times2007 - 399.4$$

$$y = 2$$

إذن قيمة تدفق الاستثمار لسنة 2007 هو 2.

نظرية طالس- تطبيقات

التطبيق 1

الحالة (1) :

يمكن تطبيق نظرية طاليس لأن $N\in(PO)$ و $L\in(PM)$ و $(LN)//(MO)$

الحالة (2) :

لا يمكن تطبيق نظرية طاليس لأن (CB) لا يوازي (ED)

الحالة (3) :

لا يمكن تطبيق نظرية طاليس لأن $R\notin(HQ)$ و $R\notin(VM)$

الحالة (4):

لا يمكن تطبيق نظرية طاليس لأن $K\notin(FT)$ و $G\notin(FS)$

التطبيق 2

حساب الطول ER :

حسب نظرية طاليس : $\frac{ER}{EF}=\frac{EL}{EG}$ منه

$$\frac{ER}{25,5}=\frac{8,1}{15,3}$$

$$15,3ER=25,5\times 8,1$$

$$15,3ER=206,55$$

$$ER=\frac{206,55}{15,3}$$

$$ER=13,5cm$$

حساب الطول FG :

حسب نظرية طاليس : $\frac{EL}{EG}=\frac{LR}{FG}$ و منه

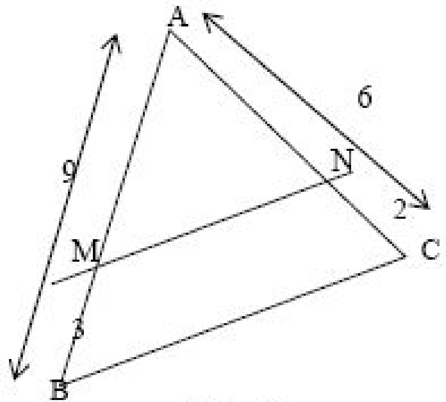
$$\frac{8,1}{15,3}=\frac{18,9}{FG}$$

$$8,1FG=18,9\times 15,3$$

$$8,1FG=289,17$$

$$FG=\frac{289,17}{8,1}=35,7cm$$

التطبيق 3



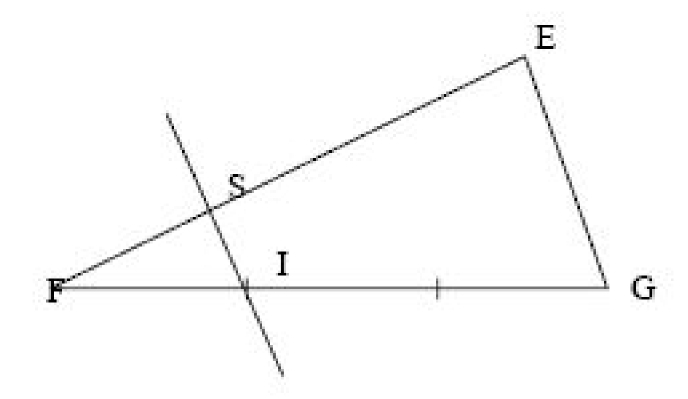
$$\frac{AC}{NC}=\frac{6}{2}=3 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{AB}{BM}=\frac{9}{3}=3 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن :

$\frac{AB}{BM}=\frac{AC}{NC}$ و منه $(BC)//(MN)$ حسب عكس نظرية طاليس.

التطبيق 4



بما أن : $FI=\frac{1}{3}FG$ فإن $GI=\frac{2}{3}FG$

حسب نظرية طاليس : $\frac{GI}{GF}=\frac{ES}{EF}$ و منه

$$\frac{ES}{EF}=\frac{\frac{2}{3}FG}{FG}=\frac{2}{3}$$

نظرية طالس - تطبيقات

التطبيق 5

$$\frac{AC}{AE}=\frac{20}{50}=\frac{2}{5}..........(1)$$

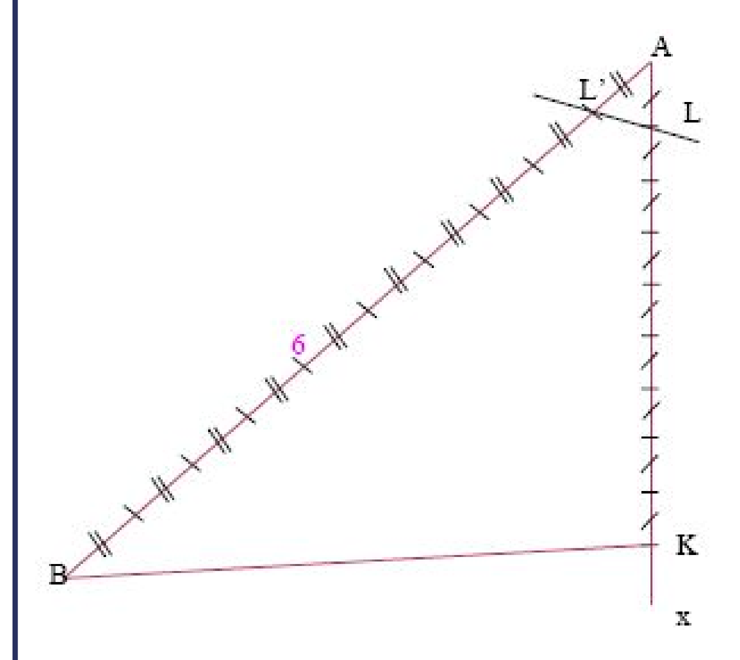
$$\frac{AF}{AB}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}..........(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن :

$\frac{AC}{AE}=\frac{AF}{AB}$ و منه (FC)//(FB)

حسب عكس نظرية طالس .

التطبيق 6



ننشئ نصف مستقيم [Ax) و حامله يختلف عن (AB)

نعين نقطة K بحيث K∈[AX) و AK=9

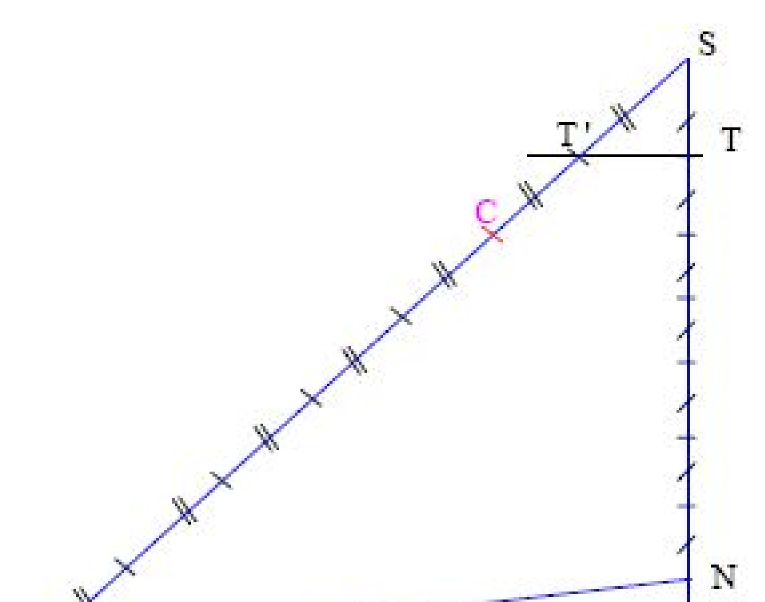
ننشئ المستقيم (BK) ، نعين نقطة L على [AK]

ننشئ المستقيم (D) الذي يشمل Lو يوازي (BK) يقطع (AB) في L

نقسم القطعة [AB] إلى قطع متقايسة طول كل منها 'AL باستعمال المدور.

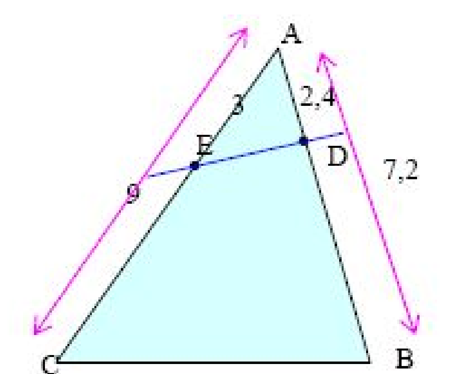
نعين النقطة E بحيث $\frac{AE}{AB}=\frac{5}{9}$

التطبيق 7



نظرية طالس - تمارين

التمرين1



$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{2,4}{7,2}=\dfrac{1}{3}$..........(1)

$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$............(2)

من (1) و(2) نستنتج أن :

$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$ و منه $(DE)//(BC)$ حسب عكس نظرية طاليس

التمرين2

1)بما أن $(AB)\perp(BC)$ (لأن ABC مثلث قائم في B) و

$(AB)\perp(EF)$ (من المعطيات)

فان : $(BC)//(EF)$

(2

حسب نظرية طاليس: $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AC}$ و منه

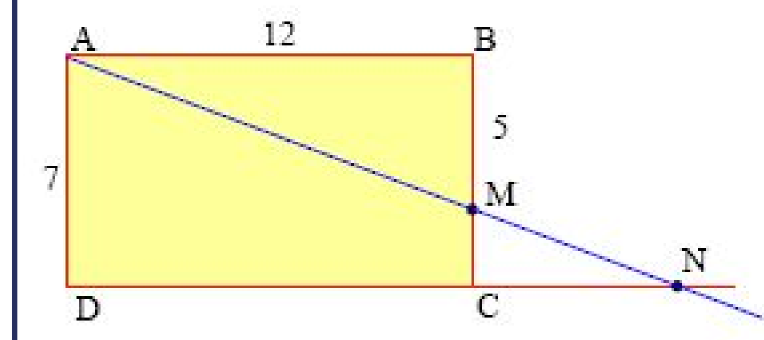
$\dfrac{2}{4,5}=\dfrac{AF}{9}$

$4,5AF=2\times 9$

$4,5AF=18$

$AF=\dfrac{18}{4,5}=4cm$

التمرين 3



1)بتطبيق نظرية فيتاغورث على المثلث ABM نجد :

$AM^2=AB^2+BM^2=144+25=169$

و منه $AM=\sqrt{169}=13cm$

(2

حساب MN :

*حسب نظرية طاليس: $\dfrac{MN}{MA}=\dfrac{MC}{MB}$

ومنه $\dfrac{MN}{13}=\dfrac{7-5}{5}=\dfrac{2}{5}$

$MN=\dfrac{26}{5}=5,2cm$

* حساب NC :

حسب نظرية طاليس: $\dfrac{NM}{MA}=\dfrac{NC}{DC}$ و منه

$\dfrac{NC}{12}=\dfrac{5,2}{13}$

$NC=\dfrac{62,4}{13}=4,8cm$

التمرين 4

5) بما أن [EF] قطر في نصف الدائرة (c) و $A\in(c)$ فان المثلث AEF قائم في A و منه

$(AE)\perp(AF)$..............(1)

لدينا : $(AE)\perp(BM)$.........(2) (من المعطيات)

من (1) و(2) نستنتج أن :

$(AF)//(BM)$

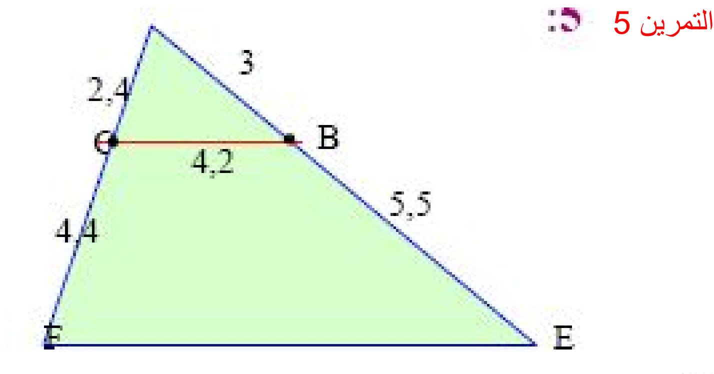
6) حسب نظرية طاليس: $\dfrac{EB}{FB}=\dfrac{EM}{EA}$ و منه

$\dfrac{8,4}{9}=\dfrac{EB}{10}$

$EB=\dfrac{84}{9}=\dfrac{28}{3}cm$

نظرية طالس - تمارين

التمرين 5 :



(1

$$\frac{AC}{CF}=\frac{2,4}{4,4}$$

$$\frac{AB}{BE}=\frac{3}{5,5}$$

بما أن $5,5\times2,4=3\times4,5$ أي $13,5=13,5$

فإن $\frac{3}{5,5}=\frac{2,4}{4,4}$ و منه $\frac{AB}{BE}=\frac{AC}{CF}$

منه $(BC)//(EF)$ حسب عكس نظرية طاليس .

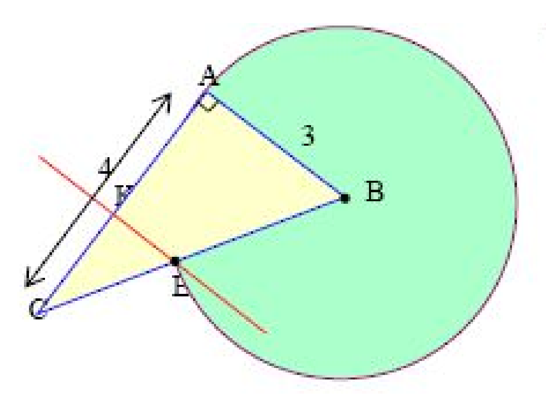
2) حسب نظرية طاليس: $\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{AF}$ و منه

$$\frac{2,4}{6,8}=\frac{4,2}{EF}$$

$$2,4EF=4,2\times6,8=28,56$$

$$EF=\frac{28,56}{2,4}=11,9cm$$

التمرين 6



1)حسب نظرية فيثاغورث :

$$BC^2=AC^2+AB^2$$
$$=4^2+3^2$$
$$=16+9$$
$$=25$$

ومنه $BC=\sqrt{25}=5cm$

3) حساب EK :

بما أن $(AC)\perp(AB)$ (لأن ABC مثلث قائم في A) و

$(AC)\perp(KE)$ (من المعطيات)

فإن $(AB)//(KE)$

CE=BC-EB=5-3=2

حسب نظرية طاليس :

$$\frac{CE}{CB}=\frac{EK}{AB}$$

$$\frac{2}{5}=\frac{EK}{3}$$

$$EK=\frac{6}{5}=1,2cm$$

حسب نظرية طاليس :

$$\frac{CK}{CA}=\frac{CE}{CB}$$

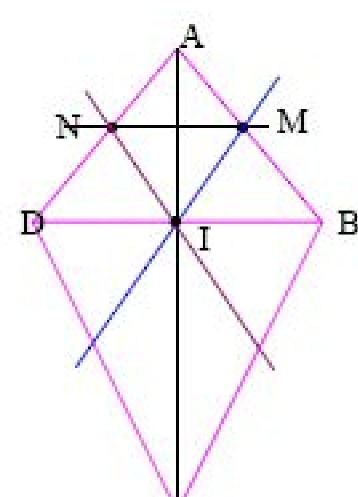
$$\frac{CK}{4}=\frac{2}{5}$$

$$5CK=8$$

$$CK=\frac{8}{5}=1,6cm$$

نظرية طالس - تمارين

التمرين 7



بما أن (MI)//(CB) فان ....(1) $\frac{AM}{AB}=\frac{AI}{AC}$

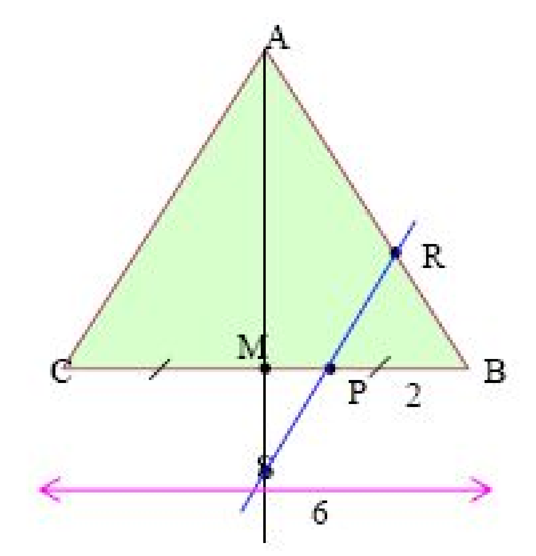
(حسب نظرية طاليس)

بما أن (NI)//(CD) فان $\frac{AN}{AD}=\frac{AI}{AC}$

من (1) و(2) نستنتج أن :

$\frac{AN}{AD}=\frac{AM}{AB}$ و منه (BD)//(MN)

التمرين 8



* حسب نظرية طاليس :

$\frac{RP}{AC}=\frac{BP}{BC}$ ....(1)

$\frac{BP}{BC}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن : $\frac{RP}{AC}=\frac{1}{3}$

حسب نظرية طاليس : (3)............... $\frac{MP}{MC}=\frac{PS}{AC}$

لدينا $\frac{MP}{MC}=\frac{MB-PB}{3}$ منه $\frac{MP}{MC}=\frac{3-2}{3}$

ومنه (4)............... $\frac{MP}{MC}=\frac{1}{3}$

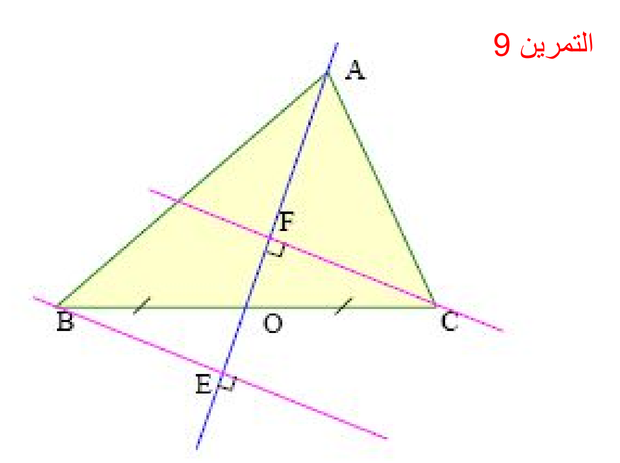
من (3) و(4) نستنتج أن : $\frac{PS}{AC}=\frac{1}{3}$

* بما أن $\frac{RP}{AC}=\frac{1}{3}$ و $\frac{PS}{AC}=\frac{1}{3}$ فان $\frac{RP}{AC}=\frac{PS}{AC}$

و منه RP=PS

و بما أن P∈[RS] فان P منتصف [RS]

التمرين 9



1)بما أن (BE)⊥(AO) و (CF)⊥(AO) فان (BF)//(CF)

حسب نظرية طاليس(1)........... $\frac{CO}{CB}=\frac{EO}{EF}$

لدينا (2)........... $\frac{CO}{CB}=\frac{1}{2}$ (لأن O منتصف [BC])

من (1) و(2) نستنتج أن :

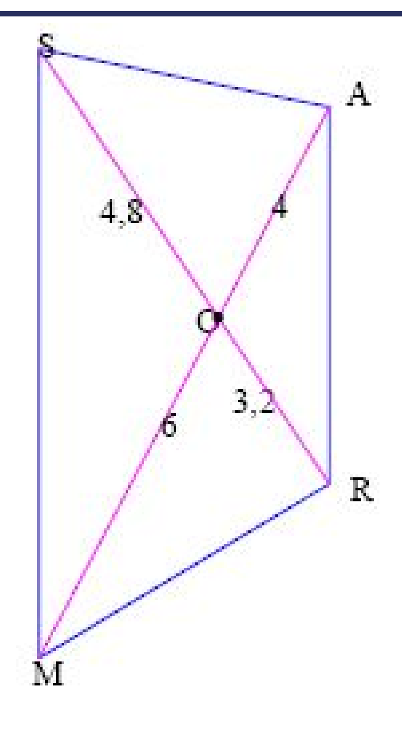
$\frac{EO}{EF}=\frac{1}{2}$ و منه O منتصف [EF]

2)بما أن O منتصف [BC] و O منتصف [EF] فان القطران [BC] و [EF] في الرباعي ECFB متناصفان

و منه الرباعي ECFB متوازي أضلاع .

نظرية طالس - تمارين

التمرين 10



(1

$$\frac{OA}{OM}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}\text{............}(1)$$

$$\frac{OR}{OS}=\frac{3,2}{4,8}=\frac{2}{3}\text{............}(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن : $\frac{OA}{OM}=\frac{OR}{OS}$

و منه (SM)//(AR) (عكس نظرية طاليس)

(2

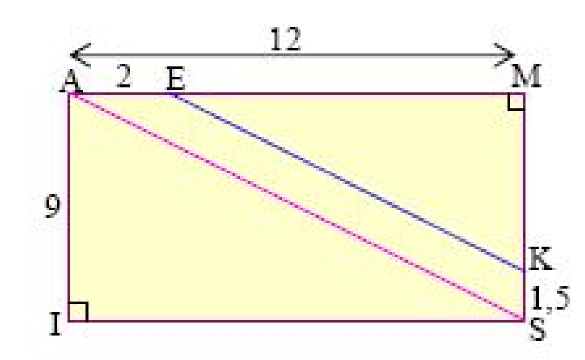
$$\frac{OS}{OR}=\frac{4,8}{3,2}=\frac{3}{2}\text{............}(3)$$

$$\frac{OA}{OM}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}\text{............}(4)$$

من (3) و(4) نستنتج أن : $\frac{OS}{OR}=\frac{OA}{OM}$

و منه (RM) لا يوازي (AS)

التمرين 11



2) نطبق نظرية فيتاغورث على المثلث AMS نجد :

$$AS^2=AM^2+MS^2$$
$$=12^2+9^2$$
$$=144+81$$
$$=225$$

و منه $AS=\sqrt{225}=15cm$

(3

$$\frac{ME}{MA}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}\text{............}(1)$$

$$\frac{MK}{MS}=\frac{7,5}{9}=\frac{5}{6}\text{............}(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن : $\frac{ME}{MA}=\frac{MK}{MS}$

و منه (EK)//(AS) (عكس نظرية فيتاغورث)

(4

حسب نظرية طاليس : $\frac{EK}{AS}=\frac{ME}{MA}$ و منه

$$\frac{10}{12}=\frac{EK}{15}$$

$$12EK=10\times15$$

$$12EK=150$$

$$EK=\frac{150}{12}=12,5cm$$

نظرية طالس - تمارين

التمرين 12

(1

$$\frac{AB}{AD}=\frac{1}{3}\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{AC}{AE}=\frac{1}{3}\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن : $\frac{AC}{AE}=\frac{AB}{AD}$

و منه (BC)// (ED) (عكس نظرية طاليس)

(2

بما أن : $AB=\frac{1}{3}AD$ و $AC=\frac{1}{3}AE$ و $BC=\frac{1}{3}DE$

فان سلم التصغير هو $\frac{1}{3}$

3)بما أن $\frac{1}{3}$ هو السلم لحساب مساحة المثلث ABC نقسم مساحة المثلث ADE على 3^2 أي 9 .

$$S=\frac{54}{9}=6$$

إذن مساحة المثلث ABC هي $6cm^2$.

التمرين 13

(1

$$BC^2=\left(\sqrt{74}\right)^2=74\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$AB^2+AC^2=7^2+5^2=49+25=74\ldots\ldots\ldots(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن : $BC^2=AB^2+AC^2$

و منه المثلث ABC قائم في A (عكس نظرية فيتاغورث)

(2

بما أن (AB)⊥(AC) (لأن ABC قائم في A)

و (JH)⊥(AC) (لأن (JH) محور [EC])

فان (AB)//(JH)

3) $CH=\frac{CE}{2}=\frac{4}{2}=2$

حسب نظرية طاليس : $\frac{JH}{AB}=\frac{CH}{CA}$ و منه

$$\frac{2}{7}=\frac{JH}{5}$$

$$7JH=10$$

$$JH=\frac{10}{7}cm$$

4) حسب نظرية طاليس : $\frac{HM}{AB}=\frac{EH}{EA}$ و منه

$$\frac{2}{3}=\frac{HM}{5}$$

$$3HM=10$$

$$HM=\frac{10}{3}cm$$

التمرين 14

(1

حساب AB :

حسب نظرية طاليس : $\frac{AB}{CD}=\frac{OA}{OD}$ و منه

$$\frac{5}{9}=\frac{AB}{15}$$

$$9AB=75$$

$$AB=\frac{75}{9}=\frac{25}{3}dm$$

حساب OB :

حسب نظرية طاليس : $\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OC}$ و منه

$$\frac{OB}{12}=\frac{5}{9}$$

$$9OB=60$$

$$OB=\frac{60}{9}=\frac{20}{3}dm$$

(2

$$AB^2=\left(\frac{25}{3}\right)^2=\frac{625}{9}\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$OA^2+OB^2=5^2+\left(\frac{20}{3}\right)^2=25+\frac{400}{9}$$

$$=\frac{225}{9}+\frac{400}{9}$$

$$=\frac{625}{9}$$

من (1) و(2) نستنتج أن : $AB^2=OA^2+OB^2$

و منه المثلث OAB قائم في O و منه (AD)⊥(BC)

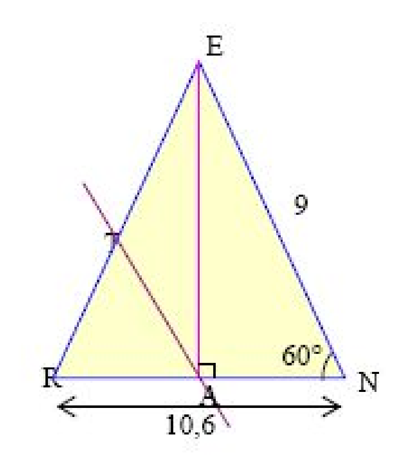
(3

$$\cos O\hat{C}D=\frac{OC}{CD}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}=0{,}8$$

4) $\cos O\hat{C}D=0{,}8$ و منه $O\hat{C}D=36^\circ$

نظرية طالس - تمارين

التمرين 15



1) $\cos E\hat{N}A = \frac{AN}{EN}$ و منه $\cos 60^\circ = \frac{AN}{9}$

$$\frac{1}{2} = \frac{AN}{9}$$

$$2AN = 9$$

$$AN = \frac{9}{2} = 4{,}5cm$$

2)

نطبق نظرية فيتاغورث على المثلث ANE نجد :

$$EA^2 + AN^2 = EN^2$$

$$EA^2 = EN^2 - AN^2$$

$$= 9^2 - 4{,}5^2$$

$$= 81 - 20{,}25$$

$$= 60{,}75$$

و منه $EA = \sqrt{60{,}75} = 7{,}8cm$

3)

$$AR = RN - AN = 10{,}6 - 4{,}5 = 6{,}1cm$$

4)

حسب نظرية طاليس : $\frac{RA}{RN} = \frac{AT}{EN}$ ومنه

$$\frac{6{,}1}{10{,}6} = \frac{AT}{9}$$

$$10{,}6AT = 54{,}9$$

$$AT = \frac{54{,}9}{10{,}6} = 5{,}2cm$$

5)

حسب نظرية فيتاغورث : $RE^2 = RA^2 + AE^2$

$$RE^2 = (6{,}1)^2 + (7{,}8)^2 = 37{,}21 + 60{,}84 = 98{,}05$$

و منه $RE = \sqrt{98{,}05} = 9{,}9$

التمرين 16

نرمز لطول الشجرة ب x نجد :

$$\frac{2}{12} = \frac{1{,}2}{x}$$

$$2x = 12 \times 1{,}2 = 14{,}4$$

$$x = \frac{14{,}4}{2} = 7{,}2m$$

التمرين 17

1) نرمز لطول النخلة ب a نجد :

$$\frac{15 - 13{,}75}{15} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1{,}25}{15} = \frac{1}{a}$$

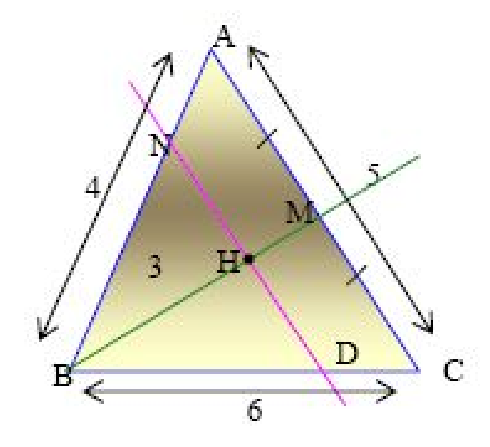
$$1{,}25a = 15$$

$$a = \frac{15}{1{,}25} = 12m$$

2)استعمل حامد هذه الطريقة لأنها سهلة بالنسبة لقياس طول النخلة .

نظرية طالس - تمارين

التمرين 18



1) حساب BD :

حسب نظرية طاليس : $\frac{BD}{BC} = \frac{BN}{BA}$ و منه

$$\frac{3}{4} = \frac{BD}{6}$$

$$4BD = 18$$

$$BD = \frac{18}{4} = 4{,}5cm$$

حساب DN :

حسب نظرية طاليس : $\frac{DN}{AC} = \frac{BN}{BA}$ و منه

$$\frac{3}{4} = \frac{DN}{5}$$

$$4DN = 15$$

$$DN = \frac{15}{4} = 3{,}75cm$$

2)حساب MC :

$$MC = \frac{AC}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

حساب HD :

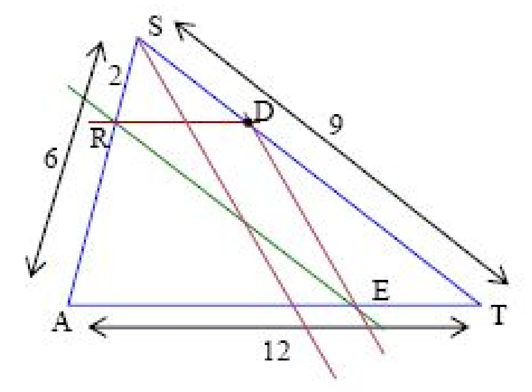
حسب نظرية طاليس : $\frac{HD}{MC} = \frac{BD}{BC}$ و منه

$$\frac{4{,}5}{6} = \frac{HD}{2{,}5}$$

$$6HD = 11{,}25$$

$$HD = \frac{11{,}25}{6} = 1{,}875cm$$

التمرين 19



1) حساب SD :

حسب نظرية طاليس : $\frac{SR}{SA} = \frac{SD}{ST}$ ومنه

$$\frac{SD}{9} = \frac{2}{6}$$

$$6SD = 18$$

$$SD = \frac{18}{6} = 3cm$$

حساب DT :

حسب نظرية طاليس : $\frac{SR}{RA} = \frac{SD}{DT}$ و منه

$$\frac{3}{DT} = \frac{2}{6-2} = \frac{2}{4}$$

$$2DT = 12$$

$$DT = \frac{12}{2} = 6cm$$

حساب RD :

حسب نظرية طاليس : $\frac{RD}{AT} = \frac{SR}{SA}$ و منه

$$\frac{2}{6} = \frac{RD}{12}$$

$$6RD = 24$$

$$RD = \frac{24}{6} = 4cm$$

2) حساب AE :

حسب نظرية طاليس : $\frac{AE}{AT} = \frac{AR}{AS}$ و منه

$$\frac{4}{6} = \frac{AE}{12}$$

$$6AE = 48$$

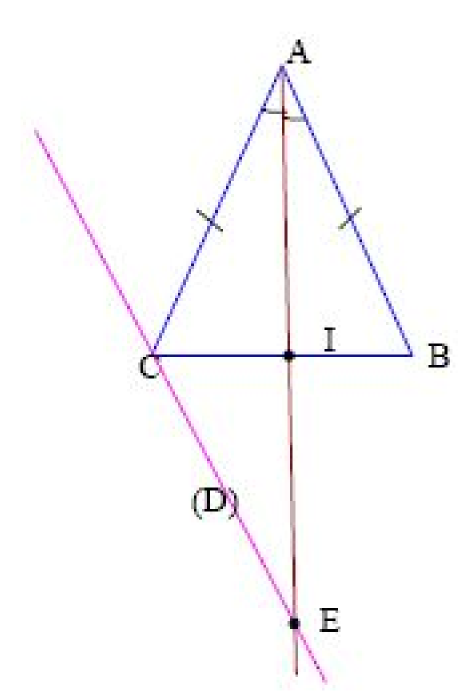
$$AE = \frac{48}{6} = 8cm$$

3) حساب TE :

$$TE = AT - AE = 12 - 8 = 4cm$$

نظرية طالس - تمارين

التمرين 20



(1

بما أن $C\hat{A}E = E\hat{A}B$ (لأن [AE] منصف)

و $E\hat{A}B = A\hat{E}C$ (بالتبادل الداخلي)

فان : $C\hat{A}E = A\hat{E}C$

و منه المثلث ACE متساوي الساقين .

(2

حسب نظرية طاليس : (1)............ $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{CE}$

بما أن ACE مثلث متساوي الساقين قاعدته [AE] فان

AC=CE

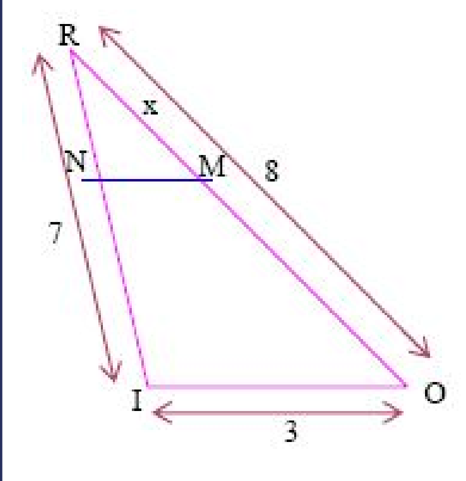
بتعويض CE ب AC في العلاقة (1) نجد :

$\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$

نظرية طالس - مسائل



المسألة 1



1)حسب نظرية طالس : $\frac{RM}{RO}=\frac{MN}{OI}$ و منه

$$\frac{x}{8}=\frac{MN}{3}$$

$$3x=8MN$$

$$MN=\frac{3x}{8}$$

حسب نظرية طالس : $\frac{RM}{RO}=\frac{RN}{RI}$ و منه

$$\frac{x}{8}=\frac{RN}{7}$$

$$7x=8RN$$

$$RN=\frac{7x}{8}$$

(2

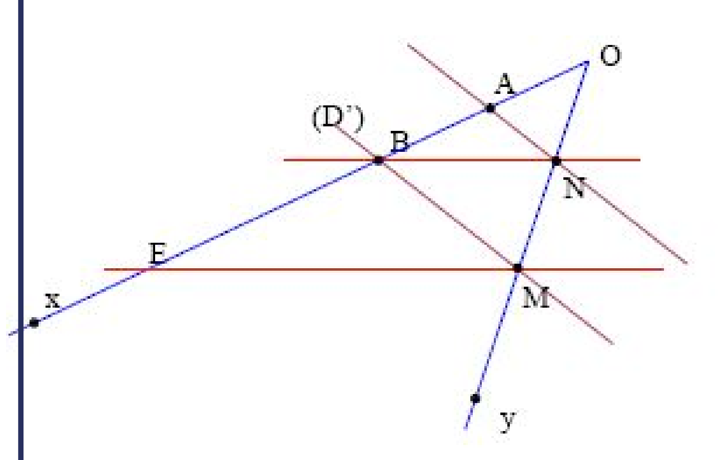
$$P_1=RM+NM+RN$$

$$=x+\frac{3x}{8}+\frac{7x}{8}$$

$$=\frac{18x}{8}$$

$$=\frac{9}{4}x$$

المسألة 2



حسب نظرية طالس : (1).............. $\frac{OA}{OB}=\frac{ON}{OM}$

حسب نظرية طالس :(2)........... $\frac{OB}{OE}=\frac{ON}{OM}$

من (1) و(2) نستنتج أن : $\frac{OB}{OE}=\frac{OA}{OB}$ و منه

$$OB\times OB=OA\times OE$$

$$OB^2=OA\times OE$$

نظرية طالس - مسائل

المسألة 3

حساب SP :

$SP = AP - AS = 12 - 8 = 4$

حساب VE :

حسب نظرية طاليس : $\frac{AE}{VE} = \frac{AS}{PS}$ و منه

$$\frac{6}{VE} = \frac{8}{4}$$

$$8VE = 24$$

$$VE = \frac{24}{8} = 3$$

حساب VP :

حسب نظرية طاليس : $\frac{AS}{AP} = \frac{ES}{VP}$ و منه

$$\frac{8}{12} = \frac{5}{VP}$$

$$8VP = 60$$

$$VP = \frac{60}{8} = 7{,}5$$

*

$$\frac{AP}{SP} = \frac{12}{4} = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{VP}{UP} = \frac{7{,}5}{7{,}5-5} = \frac{7{,}5}{2{,}5} = 3 \ldots\ldots\ldots(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن : $\frac{AP}{SP} = \frac{VP}{UP}$

و منه (AV)//(SU) (حسب عكس نظرية طاليس)

حساب UV :

بما أن (SU)//(EV) و (VU)//(ES) فان الرباعي EVUS متوازي أضلاع و منه

US=EV=3

حسب نظرية طاليس : $\frac{US}{UT} = \frac{UP}{UV}$ و منه

$$\frac{3}{UT} = \frac{2{,}5}{5}$$

$$2{,}5UT = 15$$

$$UT = \frac{15}{2{,}5} = 6$$

المسألة 4

بما أن (AL)⊥(AS) و (BL)⊥(AT) فان (AS)//(BL)

و منه حسب نظرية طاليس : $\frac{TL}{TS} = \frac{BL}{AS}$ و منه

$$\frac{TL}{150000000} = \frac{1736}{695000}$$

$$695000TL = 260400000000$$

$$TL = \frac{260400000000}{695000} = 37467{,}625Km$$

المسألة 5

التحويل : $1m = 100cm$

حسب نظرية طاليس : $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{DC}$ ومنه

$$\frac{15}{15+BC} = \frac{20}{100}$$

$$(15+BC)\times 20 = 1500$$

$$300 + 20BC = 1500$$

$$20BC = 1200$$

$$BC = \frac{1200}{20} = 60cm$$

إذن ارتفاع الطاولة عن الأرض هو 60cm .

النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 1

$$\frac{AB}{AC} = \sin\hat{C} = \cos\hat{A}$$

$$\frac{BC}{AC} = \sin\hat{A} = \cos\hat{C}$$

$$\frac{AB}{BC} = \tan\hat{C} = \frac{BC}{AB} = \tan\hat{A}$$

التطبيق 2

في المثلث القائم A B C : $\sin\hat{A} = \frac{BC}{AC}$ ، $\sin\hat{C} = \frac{AB}{AC}$,

في المثلث القائم A B E : $\sin\hat{A} = \frac{BE}{AB}$

في المثلث القائم A E C : $\sin\hat{C} = \frac{BE}{BC}$

$\tan\hat{C} = \frac{BE}{EC}$ ، $\tan\hat{C} = \frac{AB}{BC}$,

$\cos\hat{A} = \frac{AE}{AB}$ ، $\cos\hat{A} = \frac{AB}{AC}$,

$\cos\hat{C} = \frac{EC}{CB}$ ، $\cos\hat{C} = \frac{BC}{AC}$,

$\tan\hat{A} = \frac{BE}{AE}$ ، $\tan\hat{A} = \frac{BC}{AB}$,

التطبيق 3

بما أن [AB] قطر في الدائرة, C تنتمي إلى الدائرة فإن المثلث A B C قائم في C

$AB = 5\times 2 = 10cm$

$\sin\hat{A} = \frac{CB}{AB} = \frac{4}{10} 0.4$

تطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث A B C نجد:

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$5^2 = AC^2 + 4^2$

$AC^2 = 25 - 16$

$AC^2 = 9$ منه $AC = \sqrt{9} = 3cm$

$$\tan\hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4} = 0.75$$

بما أن $\sin\hat{A} = 0.4$ فإن $\hat{A} \approx 24^\circ$

$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ منه $\hat{B} = 90^\circ - \hat{A}$

منه $\hat{B} = 90 - 24$ منه $\hat{B} = 66^\circ$

التطبيق 4

(1 $\sin 60 = \frac{AB}{AC}$ منه $0.8 = \frac{AB}{2}$

منه $AB = 0.8\times 2$ منه $AB \approx 1.6cm$

(2 $AB = 0.8\times 2\sqrt{3} = 1.6\sqrt{3}cm$

التطبيق 5

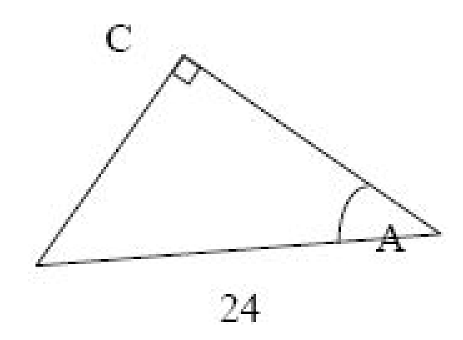
بما أن A B I K مستطيل فإن AB = IK = 6

AK = BI = 5

$\tan\alpha = \frac{IK}{AK} = \frac{6}{5} = 1.2$

$\tan\alpha = 1.2$ منه $\alpha \approx 50^\circ$

التطبيق 6

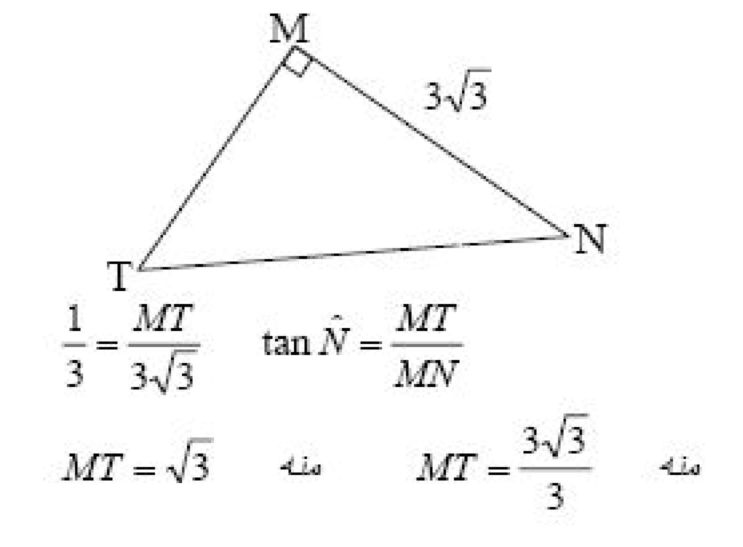


$\sin\hat{A} = \frac{CB}{AB}$ منه $\frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{CB}{24}$

منه $CB = \frac{24\sqrt{5}}{4}$ منه $CB = 6\sqrt{5}\,cm$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 7



$\tan \hat{N} = \frac{MT}{MN}$ $\quad \frac{1}{3} = \frac{MT}{3\sqrt{3}}$

منه $MT = \frac{3\sqrt{3}}{3}$ منه $MT = \sqrt{3}$

التطبيق 8

أ)

$\frac{8}{x} = \cos 81^\circ$ منه $\frac{8}{x} \approx 0.16$

منه $x = \frac{8}{0.16}$ منه $x \approx 50$

$\frac{x}{25} = \cos 17^\circ$ منه $\frac{x}{25} \approx 0.96$

منه $x = 25 \times 0.96$ منه $x \approx 24^\circ$

ب)

$\sin 37^\circ = \frac{x}{12}$ منه $0.60 \approx \frac{x}{12}$

منه $x \approx 12 \times 0.60$ منه $x \approx 7.2$

$\tan 28^\circ = \frac{x}{9}$ منه $0.53 = \frac{x}{9}$

منه $x \approx 9 \times 0.53$ منه $x \approx 4.77$

التطبيق 9

84°	60°	57°	45°	39°	30°	14°	α
0.995	0.866	0.839	0.707	0.629	0.5	0.242	sinα
0.105	0.5	0.545	0.707	0.777	0.866	0.970	cosα
9.514	1.732	1.540	1	0.810	0.577	0.249	tanα

التطبيق 10

أ)

$\sin \hat{B} = 0.9$ منه $\hat{B} = 64^\circ$

$\sin \hat{B} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ منه $\hat{B} = 48^\circ$

$\sin \hat{B} = 0.836$ منه $\hat{B} = 57^\circ$

ب)

$\cos \hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{5}$ منه $\hat{B} = 70^\circ$

$\cos \hat{B} = \frac{1}{3}$ منه $\hat{B} = 71^\circ$

$\cos \hat{B} = 0.5$ منه $\hat{B} = 60^\circ$

جـ)

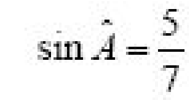
$\tan \hat{B} = \sqrt{10}$ منه $\hat{B} = 72^\circ$

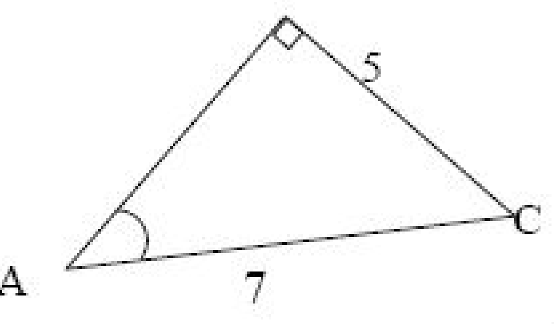
$\tan \hat{B} = \frac{5}{3}$ منه $\hat{B} = 59^\circ$

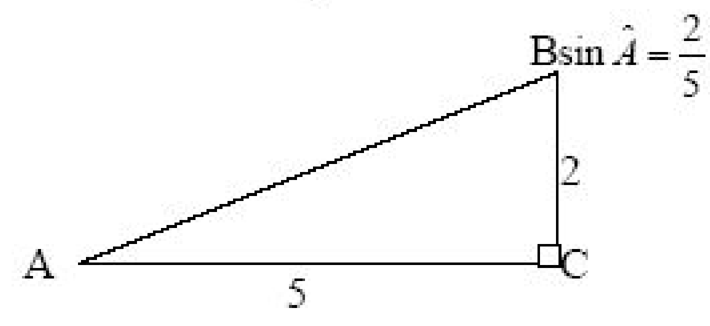
$\tan \hat{B} = 1$ منه $\hat{B} = 45^\circ$

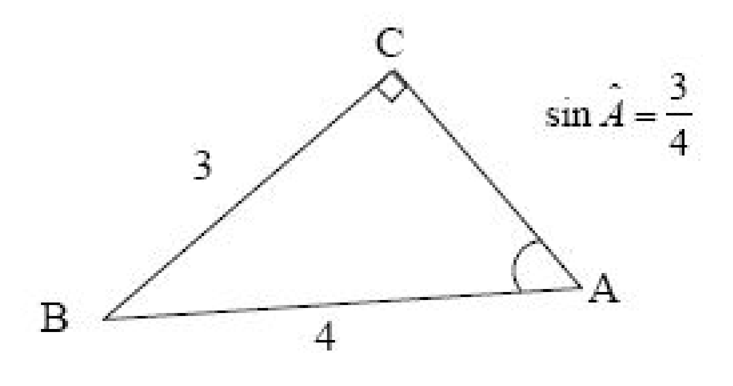
النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 11

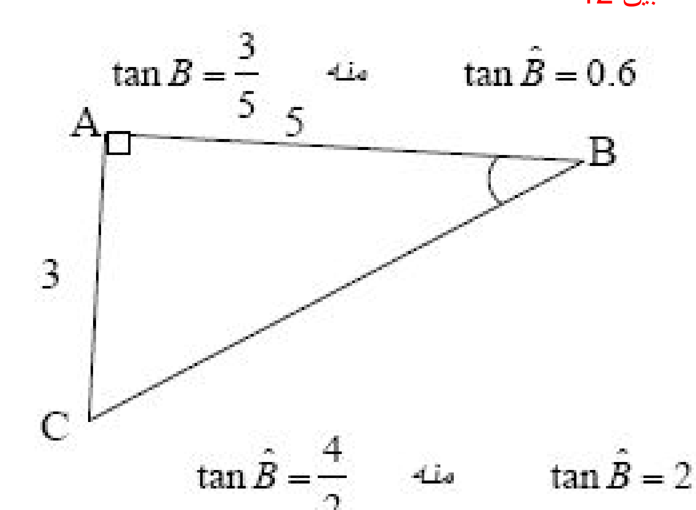


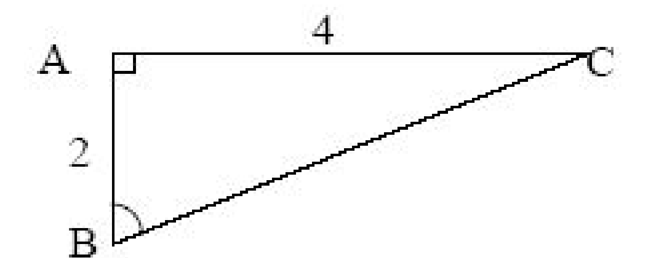


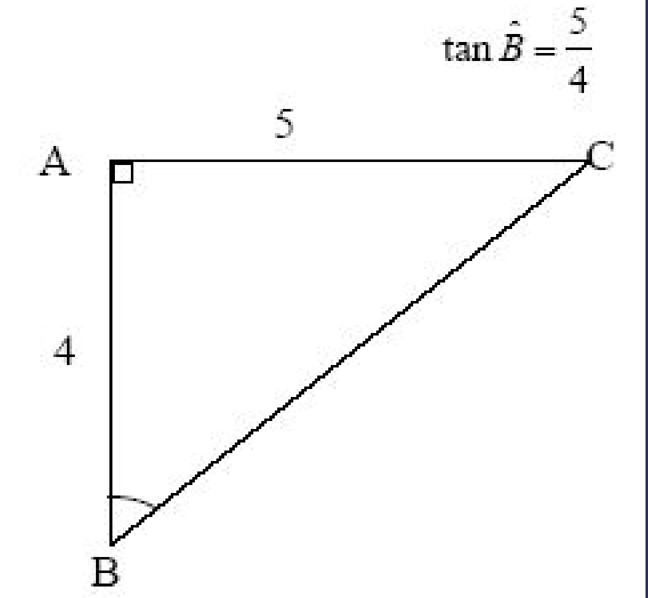




التطبيق 12







النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 13

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ منه $\frac{5}{12} = \frac{\frac{5}{13}}{\cos x}$

منه $\cos x = \frac{5}{13} \div \frac{5}{12}$ منه $\cos x = \frac{5}{13} \times \frac{12}{5}$

منه $\cos x = \frac{12}{13}$

$\sin^2 x + \cos^2 x = \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} + \frac{144}{169} = \frac{169}{169} = 1$

إذن: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

التطبيق 14

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ منه $(0.6)^2 + \cos^2 x = 1$

منه $\cos^2 x = 1 - 0.36$ منه $\cos^2 x = 0.64$

$\cos x = \sqrt{0.64}$ منه $\cos x = 0.8$

التطبيق 15

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ منه $(0.72)^2 + \cos^2 x = 1$

منه $0.5184 + \cos^2 x = 1$ منه $\cos^2 x = 1 - 0.5184$

منه $\cos^2 x = 0.4816$ منه $\cos x = \sqrt{0.4816}$

$\cos x = 0.69$

التمرين 16

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ منه $\sin^2 x + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1$

$\sin^2 x = 1 - \frac{4}{25}$ منه $\sin^2 x = \frac{25}{25} - \frac{4}{25}$

منه $\sin^2 x = \frac{21}{25}$ منه $\sin x = \sqrt{\frac{21}{25}}$

$\sin x = \frac{\sqrt{21}}{5}$

التطبيق 17

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

التطبيق 18

❖ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ منه $\sin^2 \alpha + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$

منه $\sin^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4}$ منه $\sin^2 \alpha = \frac{4}{4} - \frac{3}{4}$

منه $\sin^2 \alpha = \frac{1}{4}$ منه $\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{4}}$ منه $\sin \alpha = \frac{1}{2}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

❖ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ منه $\sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1$

منه $\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{16}$ منه $\sin^2 \alpha = \frac{16}{16} - \frac{1}{16}$

$\sin^2 \alpha = \frac{15}{16}$ منه $\sin \alpha = \sqrt{\frac{15}{16}}$ منه $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{4} \times \frac{4}{1} = \sqrt{15}$$

❖ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ منه $\sin^2 \alpha + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1$

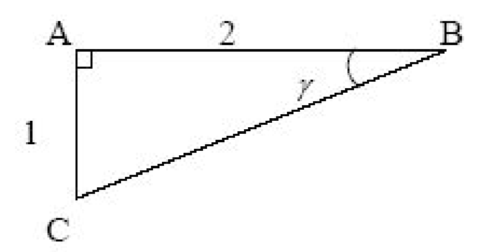
منه $\sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{5}$ منه $\sin^2 \alpha = \frac{5}{5} - \frac{4}{5}$

$\sin^2 \alpha = \frac{1}{5}$ منه $\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{5}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

التطبيق 19

$\tan\gamma = 0.5 = \frac{1}{2}$



نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث A B C نجد:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\quad BC^2 = 2^2 + 1^2$

$BC^2 = 4 + 1$

$BC^2 = 5$

منه $BC = \sqrt{5}$

$\sin\gamma = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos\gamma = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 1

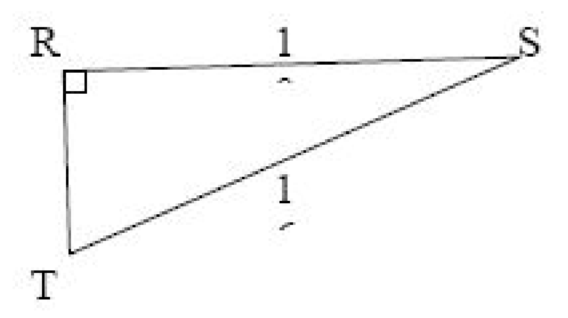
بما أن A O B مثلث متساوي الساقين قاعدته [AB] فإن (BO) محور [PO] منصّف A P B .

في المثلث القائم A P O $\tan A\hat{P}O = \frac{AO}{PO} = \frac{3.66}{11} \approx 0.33$

منه $A\hat{P}O = 18°$

$A\hat{P}B = 2A\hat{P}O = 2 \times 18 = 36°$

التمرين 2



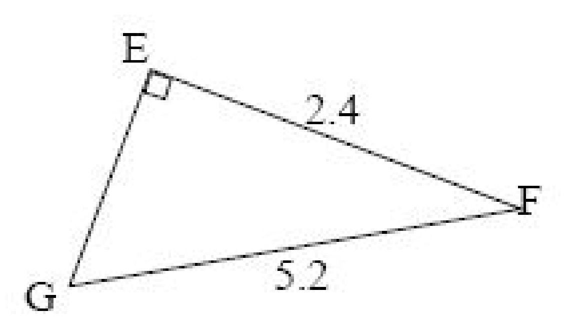
$$\sin S\hat{T}R = \frac{RS}{TS} = \frac{10}{16} = 0.63$$

منه $S\hat{T}R \approx 39°$

$$\cos R\hat{S}T = \frac{RS}{TS} = 0.63$$

منه $R\hat{S}T = 51°$

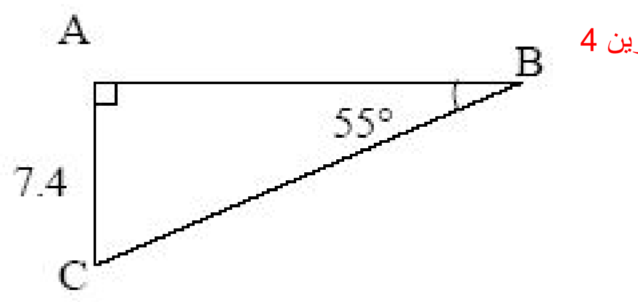
التمرين 3



$$\cos G\hat{F}E = \frac{EF}{GF} = \frac{2.4}{5.2} \approx 0.46$$

منه $G\hat{F}E \approx 62°$

التمرين 4

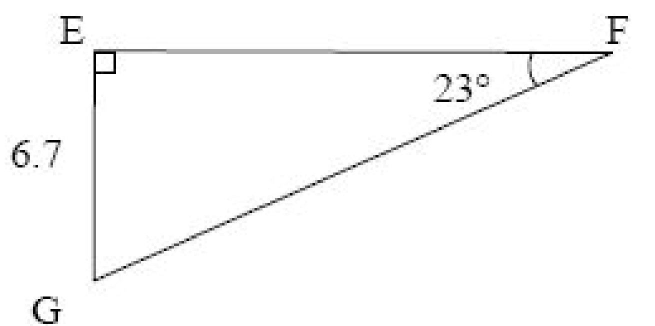


$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$ منه $\sin 55° = \frac{7.4}{BC}$

منه $BC = \frac{7.4}{\sin 55°}$ منه $BC = \frac{7.4}{0.82}$

منه $BC \approx 9.02cm$

التمرين 5

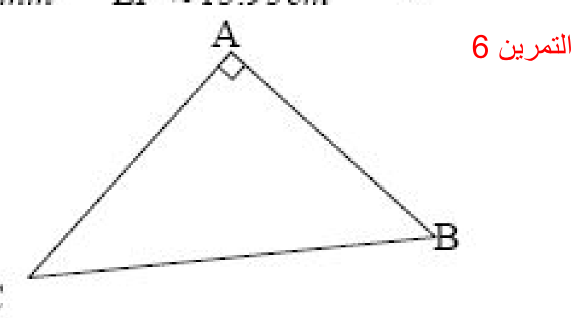


$\tan \hat{F} = \frac{GF}{EF}$ منه $\tan 23° = \frac{6.7}{EF}$

$EF = \frac{6.7}{\tan 23°}$ منه $EF = \frac{6.7}{0.42}$

منه $EF \approx 15.95\,cm$ $EF \approx 159mm$

التمرين 6



1) $AC = 24mm, AB = 6cm, A\hat{B}C = 22°$

2) $BC = 77mm, AB = 7cm, A\hat{C}B = 65°$

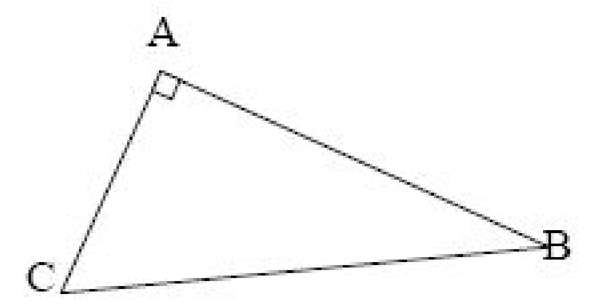
3) $AB = 105mm, BC = 14.8cm, A\hat{C}B = 48°$

4) $AB = 16mm, BC = 3.5cm, A\hat{C}B = 28°$

5) $AB = 9mm, BC = 5cm, A\hat{C}B = 10°$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 7

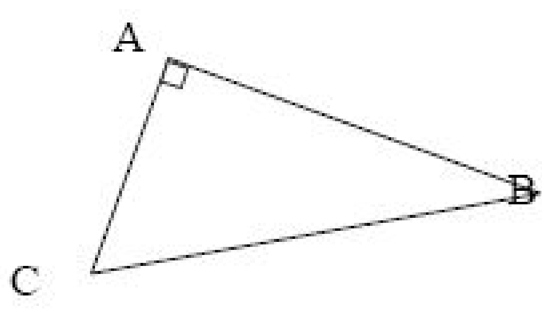


1) $A\hat{B}C = 22°, AB = 6.1°, AC = 2.5cm$

2) $A\hat{B}C = 28°, AB = 9°, AC = 17cm$

3) $A\hat{B}C = 47°, AB = 3.7°, AC = 5.4cm$

التمرين 8



$\tan B\hat{C}A = \frac{AB}{AC} = \frac{14.6}{9.6} \approx 1.52$

منه $B\hat{C}A = 56.7°$

التمرين 9

1) ABC مثلث قائم في C ، $\cos\hat{B}$ مساو لــ:

أ) ☐ $\frac{AC}{AB}$ ب) ☐ $\frac{AB}{BC}$ جـ) ☒ $\frac{BC}{AB}$

2) أ) ☐ متعلقة بــ α ب) ☒ متساوية دائما لــ 1

جـ) ☐ متساوية دائما لــ 2

3) مهما تكن الزاوية الحادة B فإن tan B مسا لــ

أ) ☐ $\frac{\cos\hat{B}}{sn\hat{B}}$ ب) ☒ $\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$

جـ) ☐ $(\sin B)(\cos B)$

التمرين 10

الأعداد التي يمكن أن تكون جيوب تمام لزاوية حادة هي : $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}$

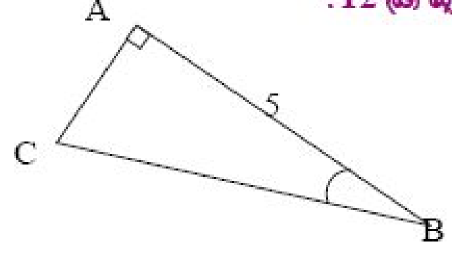
التمرين 11

$$\frac{2\sqrt{13}}{9} = \frac{2\times 36}{9} \approx 0.8$$

بما أن $0.8 \prec 1$ فإنه يمكن أن يكون العدد $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ جيب الزاوية.

التمرين 12





حساب BC:

$\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC}$

$\frac{20}{39} = \frac{5}{BC}$ منه $BC = \frac{5\times 39}{20}$

$BC = 9.75cm$

حساب AC: حسب نظرية فيثاغورث نجد:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

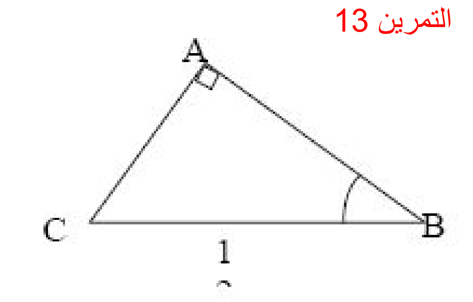
منه $(9.75)^2 = 5^2 + AC^2$ منه $AC^2 = 95.0625 - 25$

منه $AC^2 = 70.0625$ منه $AC = \sqrt{70.0625}$

منه $AC \approx 8.37cm$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 13



حساب AB:

$$\sin A\hat{B}C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} = \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$$

بما أن $CB = 12$ فإن $AB = 9cm$

حساب AC:

حسب نظرية فيثاغورث $BC^2 = AB^2 + AC^2$

نجد: $12^2 = 9^2 + AC^2$ منه $AC^2 = 144 - 81$

منه $AC^2 = 63$ منه $AC = \sqrt{63}$ منه $AC = 3\sqrt{7}cm$

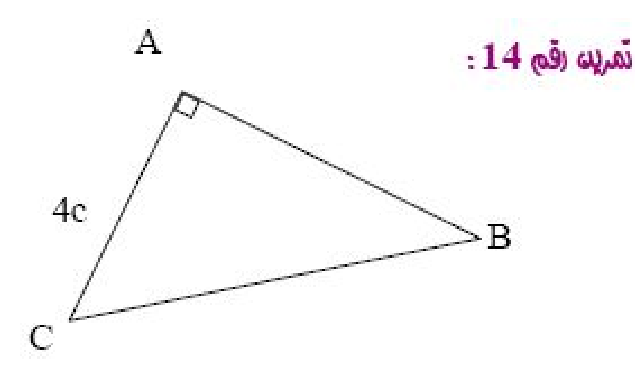
حساب $\cos A\hat{C}B$:

$$\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC} = \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

حساب $\tan A\hat{C}B$:

$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC} = \frac{9}{3\sqrt{7}} = \frac{9\sqrt{7}}{21} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

تمرين رقم 14 :



حساب AB:

$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC} = \frac{13}{5} = \frac{13\times0.8}{5\times0.8}$$

بما أن $AC = 4$ فإن $AB = 10.4cm$

حساب BC:

حسب نظرية فيثاغورث نجد:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = (10.4)^2 + 4^2$

$BC^2 = 108.16 + 16$

$BC^2 = 124.16$

منه $BC = \sqrt{124.16}$ منه $BC \approx 11.14cm$

حساب $\cos A\hat{C}B$:

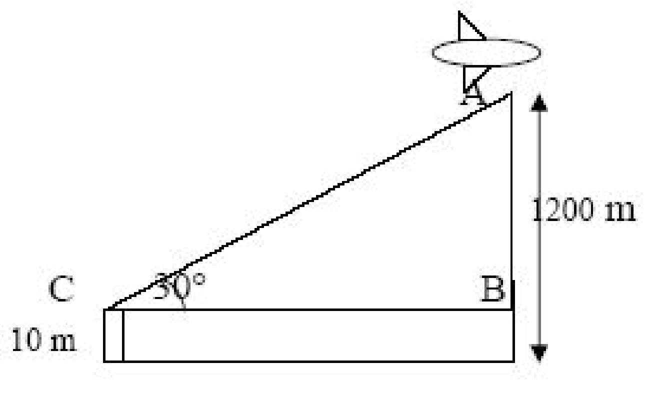
$$\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{11.14} \approx 0.36$$

حساب $\sin A\hat{C}B$:

$$\sin A\hat{C}B = \frac{AB}{BC} = \frac{10.4}{11.14} \approx 0.93$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 15



$AB = 1200 - 10 = 1190m$

$\sin A\hat{C}B = \dfrac{AB}{AC}$

$\sin 30° = \dfrac{1190}{AC}$ منه $0.5 = \dfrac{1190}{AC}$

$AC = \dfrac{1190}{0.5}$ منه $AC = 2380m$ ومن

تبعد الطائرة عن برج المراقبة بـــ 2380m.

التمرين 16

1) $\sin\alpha = 0.9210$ منه $\alpha = 67°$

2) $\cos\alpha = 0.8192$ منه $\alpha = 35°$

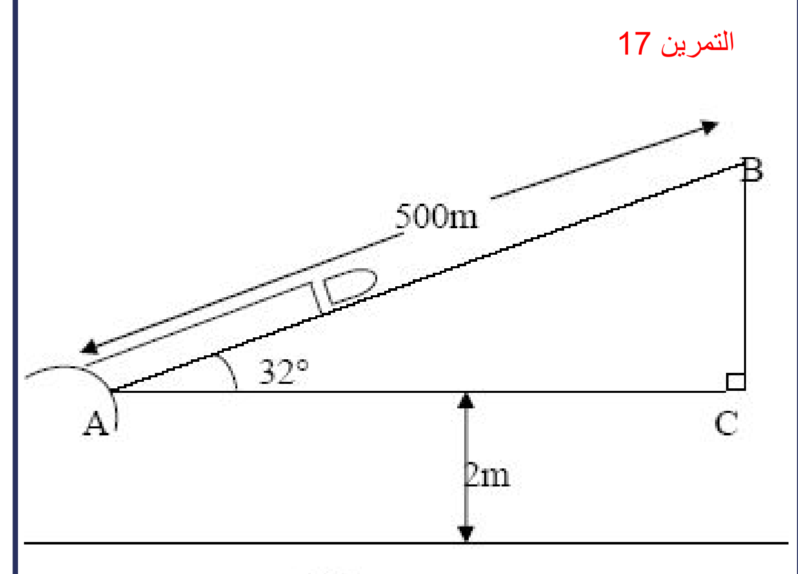
3) $\sin\alpha = 0.7880$ منه $\alpha = 52°$

4) $\cos\alpha = 0.4245$ منه $\alpha = 23°$

5) $\tan\alpha = 11.4300$ منه $\alpha = 85°$

6) $\cos\alpha = 0.7714$ منه $\alpha = 40°$

التمرين 17



$\sin 32° = \dfrac{BC}{AB}$

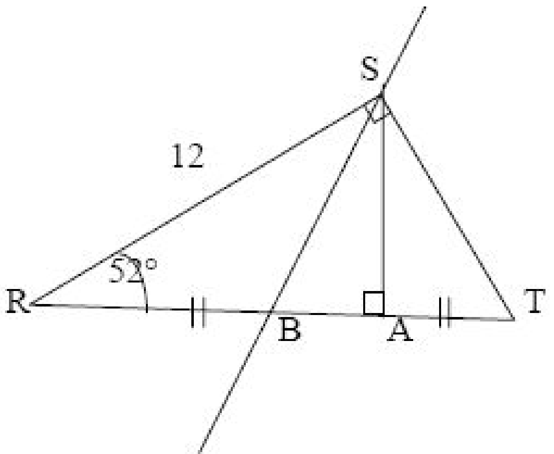
منه $0.53 = \dfrac{BC}{500}$ منه $BC = 500 \times 0.53$

منه $BC \approx 265$

إذن ارتفاع القذيفة على بعد 500m هو 267m

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 18



حساب SA :

$\sin 52° = \frac{SA}{ST}$ منه $0.79 = \frac{SA}{12}$

منه $SA = 12 \times 0.79$ منه $SA \approx 9.48$

حساب TR :

$\cos 52° = \frac{ST}{TR}$ منه $0.62 = \frac{12}{TR}$

منه $TR = \frac{12}{0.62}$ منه $TR \approx 19.35$

$A\hat{R}S = 90° - 52°$ منه $A\hat{R}S = 38°$

$\tan A\hat{R}S = \frac{SA}{RA}$ منه $\tan 38° = \frac{9.48}{RA}$

منه $0.78 = \frac{9.48}{RA}$ منه $RA = \frac{9.48}{0.78}$

منه $AR = 12.15$

حساب AT :

$AT = RT - AR$

$AT = 19.35 - 12.15$

$AT = 7.2$

حساب SB :

بما أن STR مثلث قائم في S فإن $SB = \frac{1}{2}RT$

منه $SB = \frac{1}{2} \times 19.35$ منه $SB \approx 9.68$

التمرين 19

أ–

$\sin\alpha = 0.467$ منه $\alpha = 28°$

$\sin\alpha = 0.743$ منه $\alpha = 48°$

$\sin\alpha = 0.836$ منه $\alpha = 57°$

ب–

$\tan\alpha = 1$ منه $\alpha = 45°$

$\cos\alpha = 0.86$ منه $\alpha = 31°$

$\cos\alpha = 0.5$ منه $\alpha = 60°$

ت–

$\tan\alpha = \frac{5}{3}$ منه $\alpha = 59°$

$\sin\alpha = 0.9$ منه $\alpha = 64°$

$\cos\alpha = \frac{1}{3}$ منه $\alpha = 71°$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 20

A 5 cm B, 60°, 90°, 60°, D

حساب BD:

$\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BD}$ منه $\cos 60° = \frac{5}{BD}$

$0.5 = \frac{5}{BD}$ منه $BD = \frac{5}{0.5}$ منه

$BD = 10cm$ منه

حساب AD:

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث A D B نجد:

$BD^2 = AB^2 + AD^2$ منه $10^2 = 5^2 + AD^2$ منه

$AD^2 = 100 - 25$ منه $AD^2 = 75$ منه

$AD = \sqrt{75}$ منه $AD = 5\sqrt{3}cm$ منه

حساب CD:

$C\hat{D}B = A\hat{B}D$ (بالتبادل الداخلي)

$\cos C\hat{D}B = \frac{BD}{CD}$ منه $\cos 60° = \frac{10}{CD}$ منه

$0.5 = \frac{10}{CD}$ منه $CD = \frac{10}{0.5}$ منه

$CD = 20cm$ منه

حساب CD:

$\sin C\hat{D}B = \frac{CB}{CD}$ منه $\sin 60° = \frac{CB}{20}$ منه

$0.87 = \frac{CB}{20}$ منه $CB \approx 17.4cm$ منه

التمرين 21

$\sin A\hat{O}B = \frac{4}{5}$ ، $\sin A\hat{O}B = \frac{1}{5}$ ، $\sin A\hat{O}C = \frac{3}{5}$

التمرين 22

نرمز للجزء الأخضر للشجرة بـ X

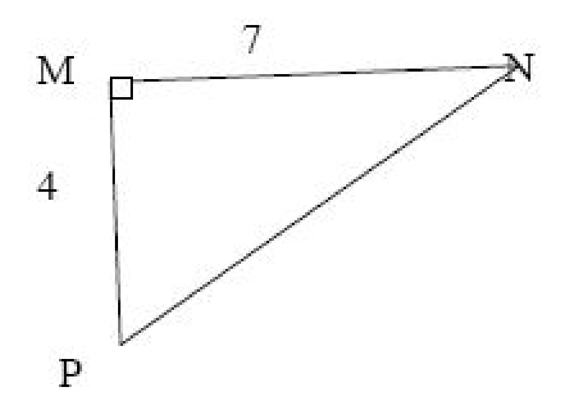
$\tan 25° = \frac{x}{50}$

$0.47 = \frac{x}{50}$ منه $x = 0.47 \times 50$ منه

$x \approx 23.5$ منه

علو الشجرة: $23.5 + 1.75 = 25.25m$

التمرين 23



نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث P M N نجد:

$PN^2 = PM^2 + MN^2$

$PN^2 = 4^2 + 7^2$

$PN^2 = 16 + 49$

$PN^2 = 65$

$PN = \sqrt{65}$ منه

$\sin \hat{p} = \frac{MN}{PN} = \frac{7}{65} = 0.86$

$\sin \hat{p} = \frac{PM}{PN} = \frac{4}{\sqrt{65}} = 0.49$

$\tan \hat{p} = \frac{MN}{PM} = \frac{7}{4} = 1.75$

$\hat{p} = 60°$

التمرين 24

.1

$\tan O\hat{S}B = \frac{OB}{OS} = \frac{4}{2.8} = 1.43$

$O\hat{S}B = 55°$

.2 $V = \frac{\pi R^2 \times 50}{3} = \frac{3.14 \times 16 \times 50}{3} = 47cm^3$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 25

حساب MH :

$$\cos 65° = \frac{MH}{AM}$$

منه $0.42 = \frac{MH}{5}$ منه $MH = 0.42 \times 5$

$$MH = 2.1cm$$

حساب AH :

$$\sin 65° = \frac{AH}{MA}$$

منه $0.91 = \frac{AH}{5}$ منه $AH = 0.91 \times 5$

$$AH = 4.55cm$$

حساب HN :

$$\tan 20° = \frac{AH}{HN}$$

منه $0.36 = \frac{4.55}{HN}$ منه $HN = \frac{4.55}{0.36}$

$$HN = 12.63cm$$

حساب MN :

$$MN = MH + HN$$

$$MN = 2.1 + 12.63$$

$$MN = 14.73cm$$

حساب AN :

$$\sin 20° = \frac{AH}{HN}$$

منه $0.34 = \frac{4.55}{AN}$ منه $AN = \frac{4.55}{0.34}$

$$AN = 12.38cm$$

التمرين 26

حساب MH :

$$\tan 19° = \frac{MH}{AH}$$

منه $0.84 = \frac{MH}{6}$ منه $MH \approx 5.04cm$

حساب AM :

$$\cos 40° = \frac{AH}{AM}$$

منه $0.77 = \frac{6}{AM}$ منه $AM = \frac{6}{0.77}$

$$AM \approx 7.79cm$$

حساب NH :

$$\tan 19° = \frac{AH}{NH}$$

منه $0.34 = \frac{6}{NH}$ منه $NH = \frac{6}{0.34}$

$$NH \approx 17.65cm$$

حساب MN :

$$MN = MH + NH$$

$$MN = 5.04 + 17.65$$

$$MN \approx 22.69$$

حساب AN :

$$\sin 19° = \frac{AH}{AN}$$

منه $0.33 = \frac{6}{AN}$ منه $AN = \frac{6}{0.33}$

$$AN \approx 18.18cm$$

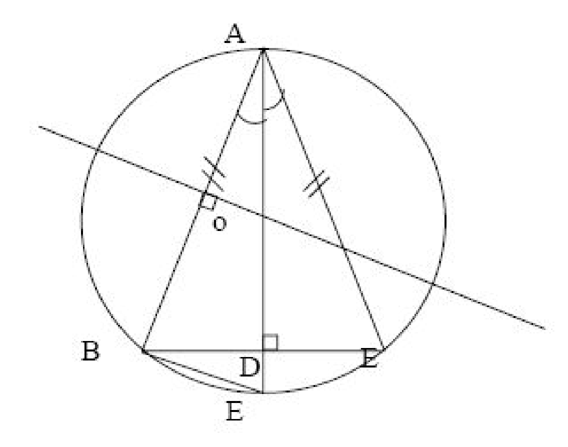
النسب المثلثية في مثلث قائم - مسائل

المسألة 1

$$CB = AC + AB$$
$$CB = 3 + 1 = 4$$
$$\tan C\hat{D}B = \frac{CB}{CD} = \frac{4}{7}$$
منه $C\hat{D}B \approx 30°$
$$\tan A\hat{D}C = \frac{AC}{CD} = \frac{3}{7}$$
$$A\hat{D}C \approx 23°$$

$$\alpha = C\hat{D}B - A\hat{D}C$$
$$\alpha = 30° - 23°$$
$$\alpha = 7°$$

المسألة 2



حساب AD:

❖ بما أن $[AD]$ إرتفاع متعلق بالقاعدة فإن $[AD]$ متوسط و (AD) منصف متعلق بالقاعدة:

إذن :

$$B\hat{A}D = \frac{B\hat{A}D}{2} = \frac{50°}{2} = 25°$$
$$BD = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$
$\tan B\hat{A}D = \frac{BD}{AD}$ منه $\tan 25° = \frac{2.5}{AD}$ منه $0.47 = \frac{2.5}{AD}$

منه $AD = \frac{2.5}{0.47}$ منه $AD \approx 5.32cm$

حساب AB:

منه $\sin 25° = \frac{2.5}{AB}$ منه $0.42 = \frac{2.5}{AB}$

منه $AB = \frac{2.5}{0.42}$ منه $AB \approx 5.95cm$

حساب طول قطر الدائرة المحيطة بالمثلث A B C .

بما أن $[AE]$ قطر في الدائرة و B تنتمي إلى الدائرة فإن المثلث A B E قائم في B

$$\cos B\hat{A}E = \frac{AB}{AE}$$
منه $\cos 25° = \frac{5.95}{AE}$ منه $0.91 = \frac{5.95}{AE}$

منه $AE = \frac{5.95}{0.91}$ منه $AE = 6.54cm$

المسألة 3

❖

$$EB = 18 + 1.6$$
$$EB = 19.6m$$
$$\tan E\hat{B}C = \frac{EC}{EB}$$
منه $\tan 60° = \frac{EC}{19.6}$ منه $1.73 = \frac{EC}{19.6}$

منه $EC = 19.6 \times 1.73$ منه $EC = 33.91m$

❖

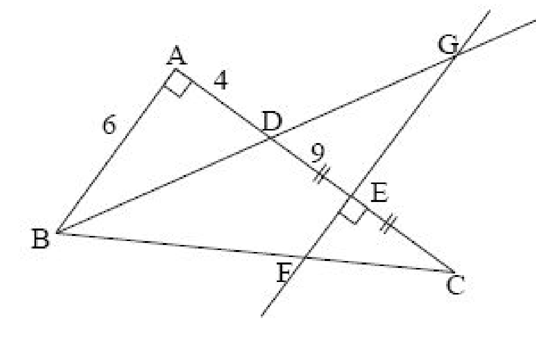
$$\tan A\hat{B}E = \frac{EA}{EB} = \frac{12}{19.6} \approx 0.61$$
$$A\hat{B}E \approx 31°$$

❖

$$AC = EC - EA$$
$$AC = 33.91 - 12$$
$$AC = 21.91\,m$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - مسائل

المسألة 4



$$\tan A\hat{D}B = \frac{AB}{AD} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = 0.66$$

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث A B D نجد:

$BD^2 = AD^2 + AB^2$

$BD^2 = 4^2 + 6^2$

$BD^2 = 52$

منه $BD = \sqrt{52}$ منه $BD = 2\sqrt{13}cm$

$\cos A\hat{B}D = \frac{AD}{BD} = \frac{4}{2\sqrt{13}} = \frac{4\sqrt{13}}{26} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

حساب EF :

$DC = 9 - 4 = 5cm$

$CE = \frac{DC}{2} = \frac{5}{2} = 2.5cm$

بما أن $(AC) \perp (EF), (AC) \perp (AB)$ ،

فإن $(AB) // (EF)$

حسب نظرية طالس نجد:

$\frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB}$

منه $\frac{2.5}{9} = \frac{EF}{6}$ منه $EF = \frac{6 \times 2.5}{9}$

منه $EF \approx 1.67cm$

المسألة 5

$\tan B\hat{A}C = \frac{BC}{AB}$

$\tan 37° = \frac{BC}{60}$ منه $0.75 = \frac{BC}{60}$

منه $BC = 60 \times 0.75$ منه $BC \approx 45m$

$BA' = BA - AA'$

$BA' = 60 - 25$

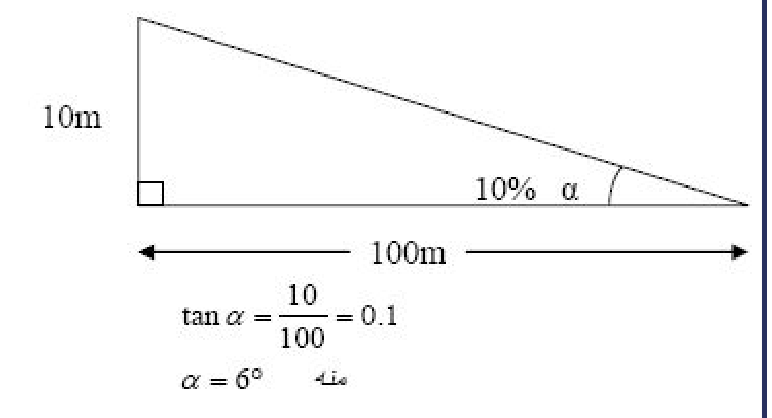
$BA' = 35°$

$\tan B\hat{A}C = \frac{BC}{BA'} = \frac{45}{35} \approx 1.29$

منه $B\hat{A}C = 52°$

المسألة 6

الكتابة 10% تعني كلما تسير السيارة 100 m تنحدر بـــ 10m.

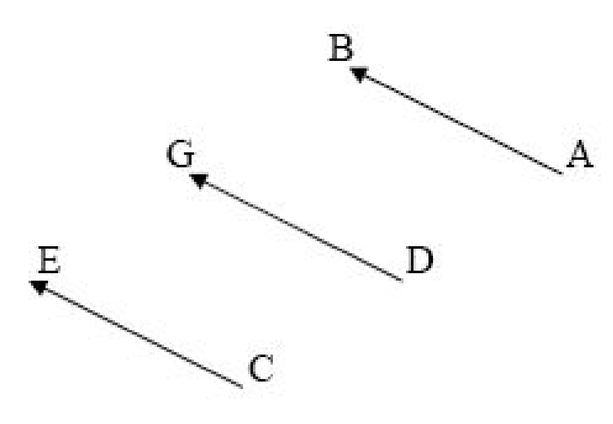


$\tan \alpha = \frac{10}{100} = 0.1$

منه $\alpha = 6°$

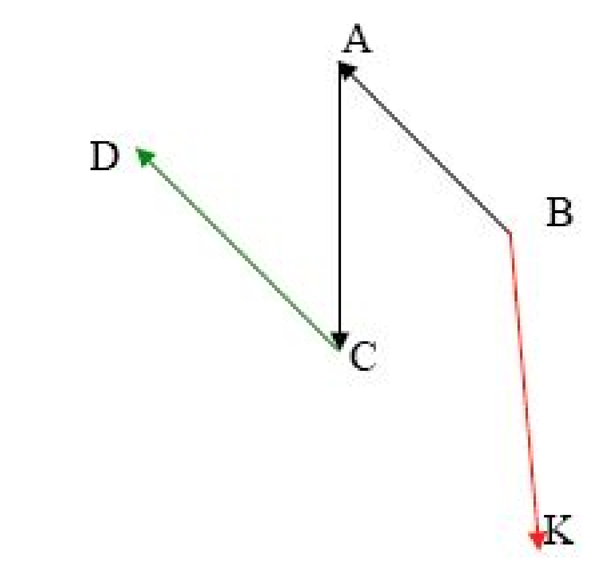
الأشعة و الانسحاب - تطبيقات

التطبيق 1



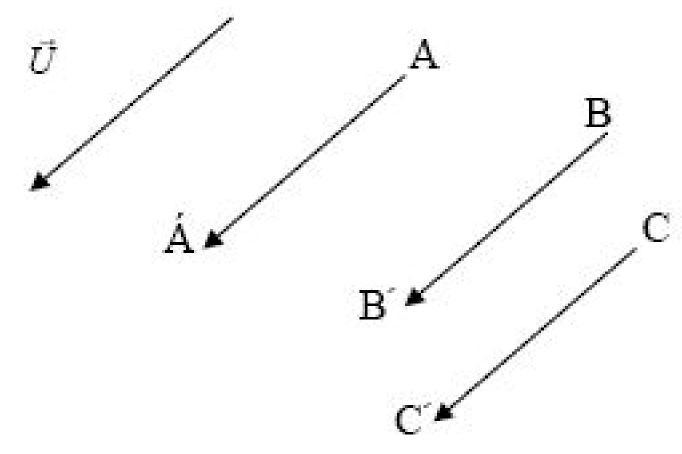
ملاحظة: النقطة A مقترحة لأنها لا توجد في الشكل.

التطبيق 2



التطبيق 3

التطبيق 4



التطبيق 5

E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FN}$

B صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{KG}$

C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{MK}$

N صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DE}$

التطبيق 6

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ، $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

التطبيق 7

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO}$ ، $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$

$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$ ، $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ، $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

التطبيق 8

الأشعة المتساوية هي:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FD}$ ، $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DF}$ ، $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{FE}$

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{EF}$ ، $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CB}$ ، $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{DB}$ ، $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EC}$

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CE}$ ، $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EC}$ ، $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CE}$

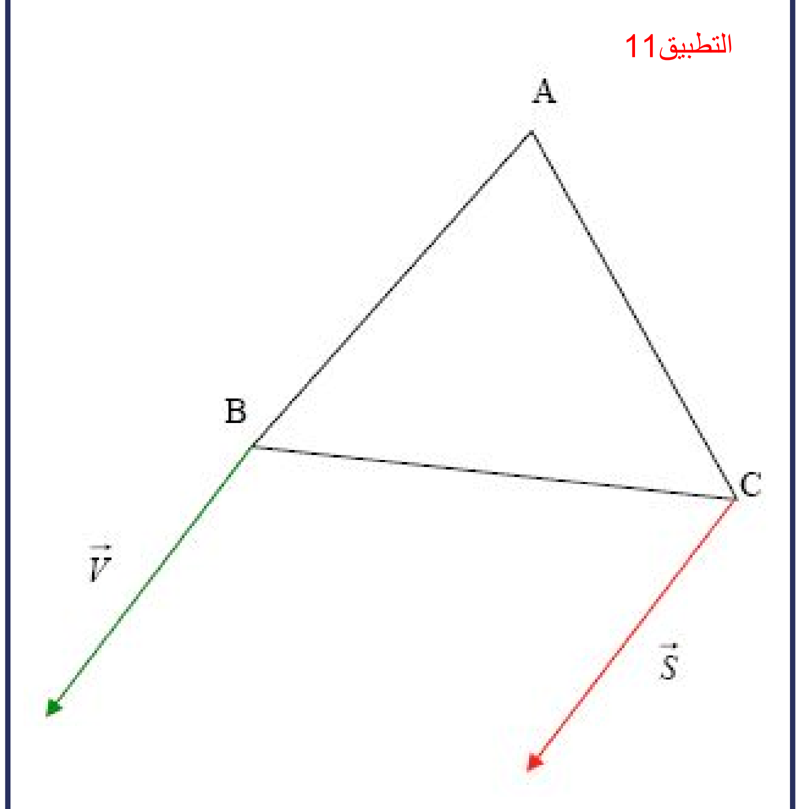
الاشعة و الانسحاب - تطبيقات

التطبيق 9

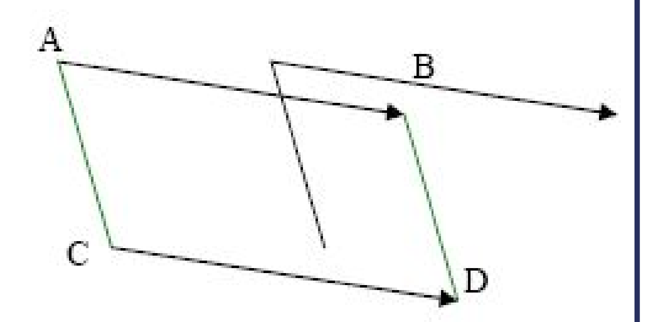
التطبيق 10

رقم 10 :

التطبيق11



التطبيق 12

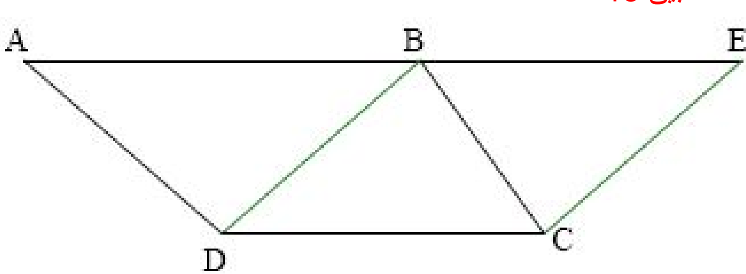


بما أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ فإن $[AB=CD,\ (AB)//(CD)]$ منه الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

وبما أن لـ $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{AC}$ نفس الاتجاه فإن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$

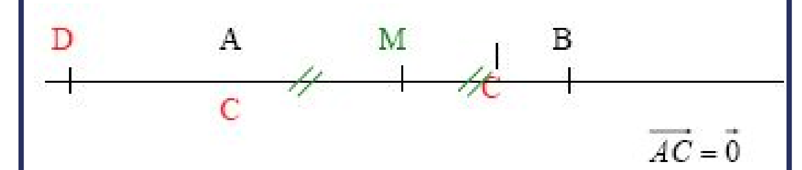
الاشعة و الانسحاب - تطبيقات

التطبيق 13



بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن: (1)............
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
بما أن $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE} = \vec{0}$ فإن B منتصف $[AE]$ منه
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$ ....(2)
من (1) و (2) نستنتج أن: $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$ منه
$[BE = DC, (BE)//(DC)]$ منه الرباعي BECD متوازي أضلاع.

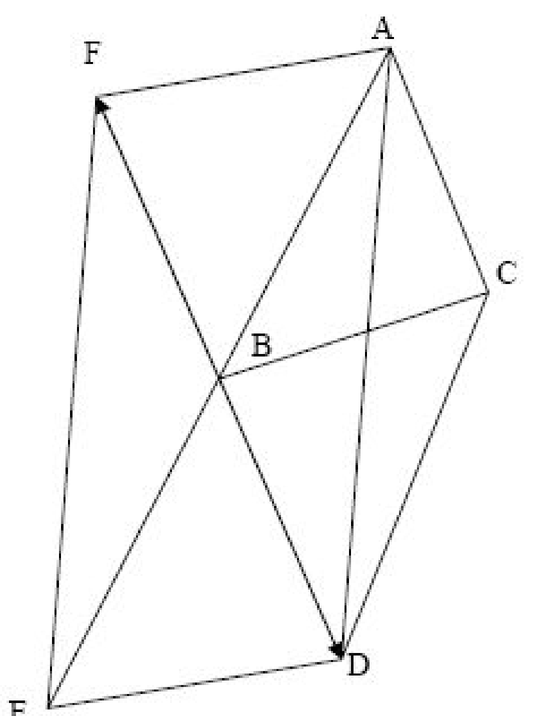
التطبيق 14



$\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

التطبيق 15

(1



(2

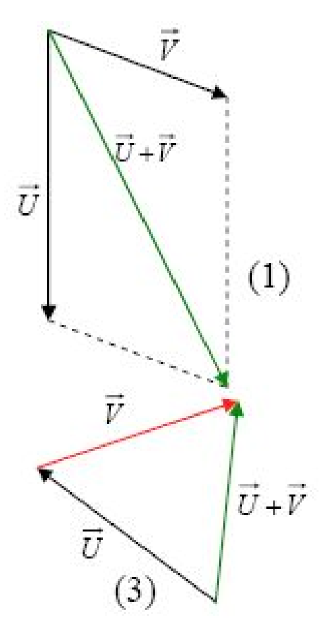
- بما أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع.
- بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (لأن الرباعي ABCD متوازي أضلاع) و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$ من المعطيات فإن $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BE}$ منه الرباعي ACBE متوازي أضلاع.
- بما أن $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BF}$ فإن الرباعي ACBF متوازي أضلاع.

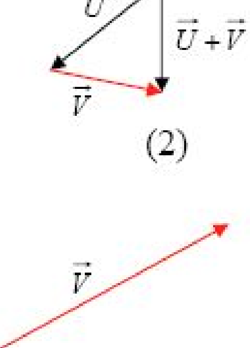
(3

- بما أن ACBF متوازي أضلاع فإن (1)............
$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CB}$
بما أن ACBE متوازي أضلاع فإن (2)............
$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DE}$
من: $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE}$ منه الرباعي ADEF متوازي أضلاع.

الاشعة و الانسحاب - تطبيقات

التطبيق 16





التطبيق 17

(1 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

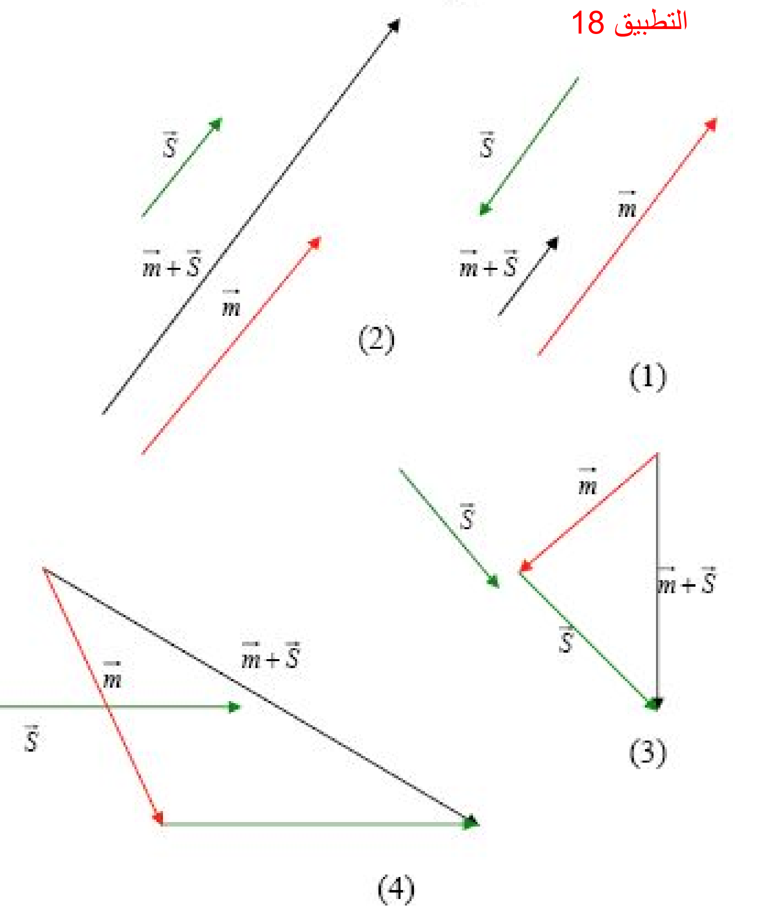
(2 $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}$

(3 $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$

(4 $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$

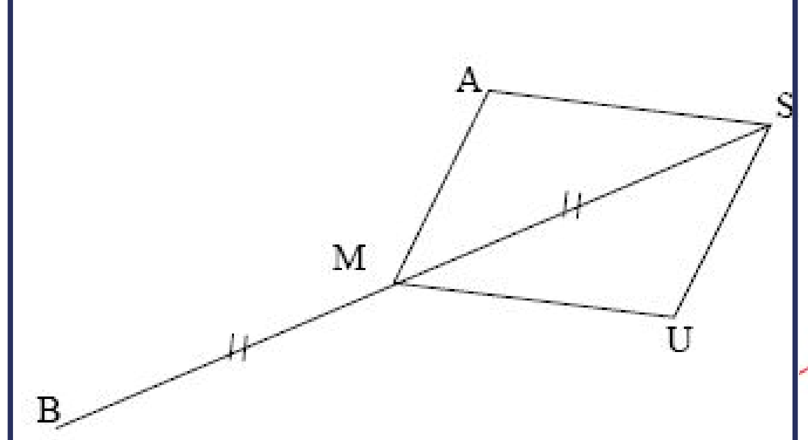
(5 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

التطبيق 18



التطبيق 19





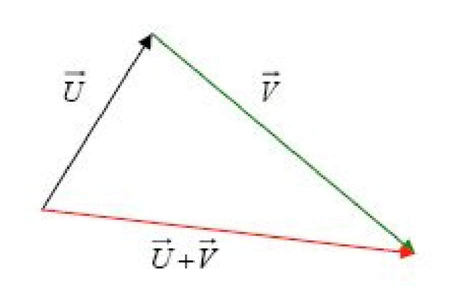
بما أن SAMU متوازي أضلاع فإن:

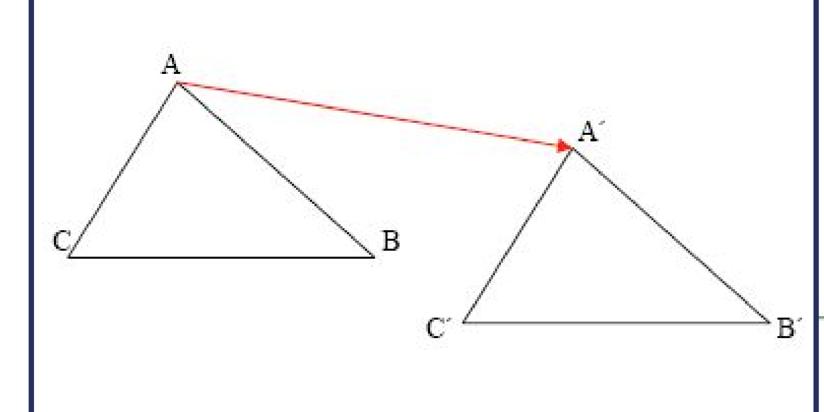
$\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SU}=\overrightarrow{SM}$ ....(1)

بما أن M منتصف $[SB]$ فإن $\overrightarrow{SM}=\overrightarrow{MB}$ بالتعويض في العلاقة (1) نجد:

$\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SU}=\overrightarrow{MB}$

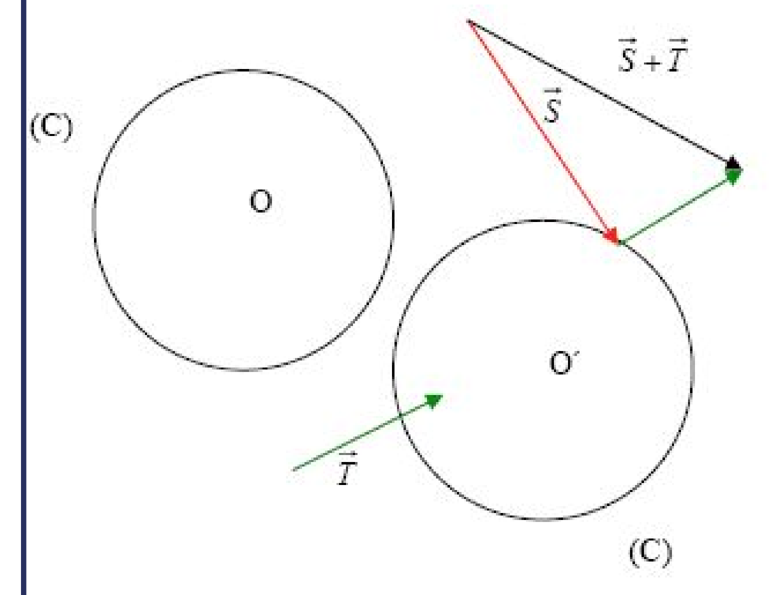
التطبيق 20



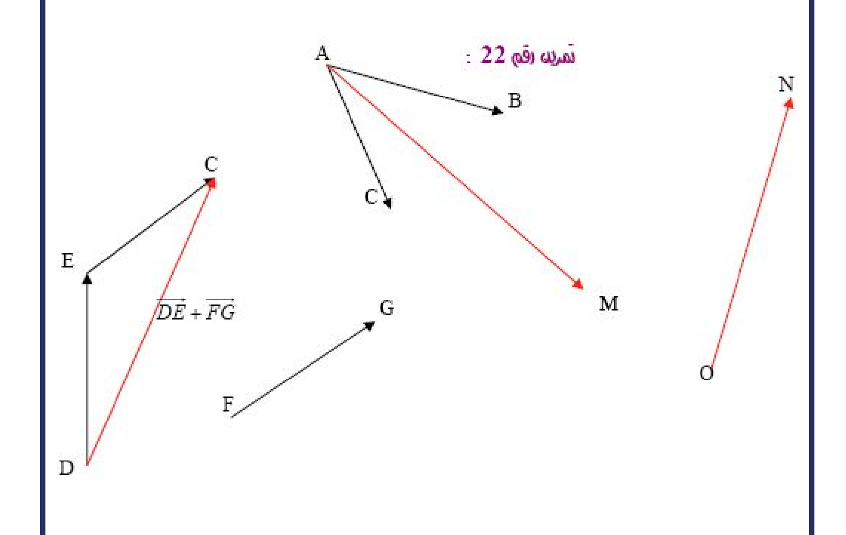


الاشعة و الانسحاب - تطبيقات

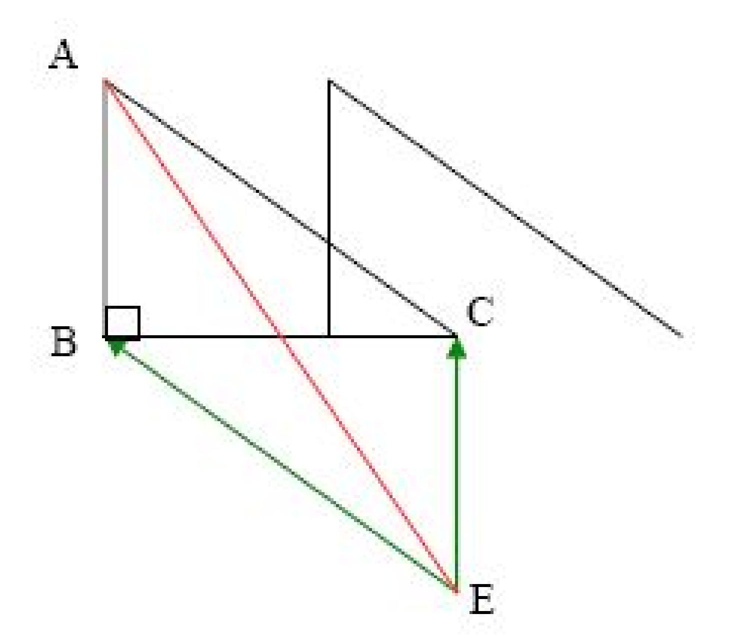
التطبيق 12



التطبيق 22

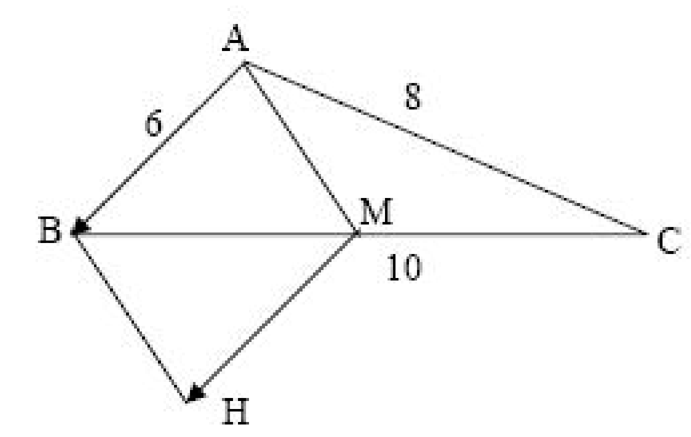


التطبيق 32



الاشعة و الانسحاب - تمارين

التمرين 1



- ❖ $BC^2 = 10^2 = 100$..........(1)
- ❖ $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$..........(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $BC^2 = AB^2 + AC^2$
منه المثلث ABC قائم في A(حسب عكس نظرية فيثاغورث)

- ❖ بما أن $\overrightarrow{MH} = \overrightarrow{AB}$ فإن $[MH = AB, (MH) \parallel (AB)]$ منه الرباعي AMHB متوازي أضلاع.
- ❖ بما أن M منتصف $[BC]$ فإن $[AM]$ متوسط متعلق بالوتر.
- ❖ بما أن ABC مثلث قائم في A , $[AM]$متوسط فإن $AM = \frac{1}{2}BC$ منه $AM = \frac{10}{2}$

منه $AM = 5$.

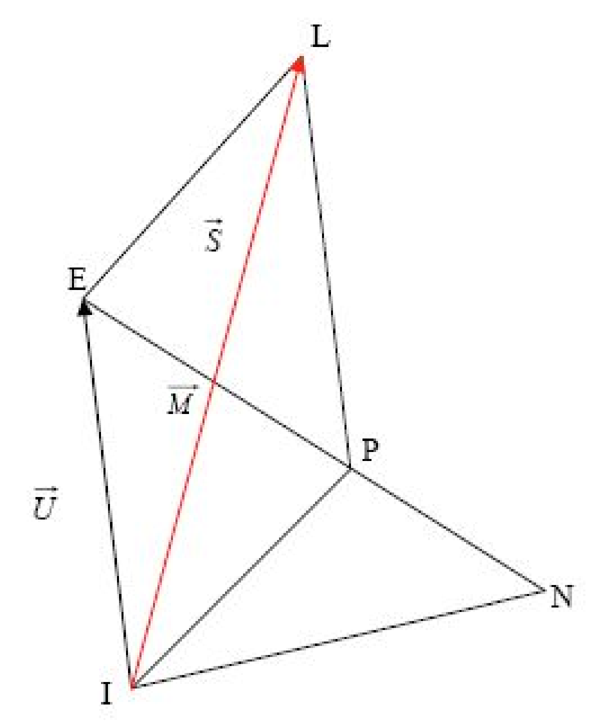
التمرين 2

- ❖ بما أن $\overrightarrow{RE} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RT}$ فإن الرباعي RSET متوازي أضلاع وبما ان RS = RT فإن RSET معين.
- ❖ بماأن $\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{TM}$ فإن النقط S,T,M في استقامة واحدة (SM) محور [RE]

بما أن M تنتمي إلى محور [RE] فإن MR = ME منه RME مثلث متساوي الساقين.

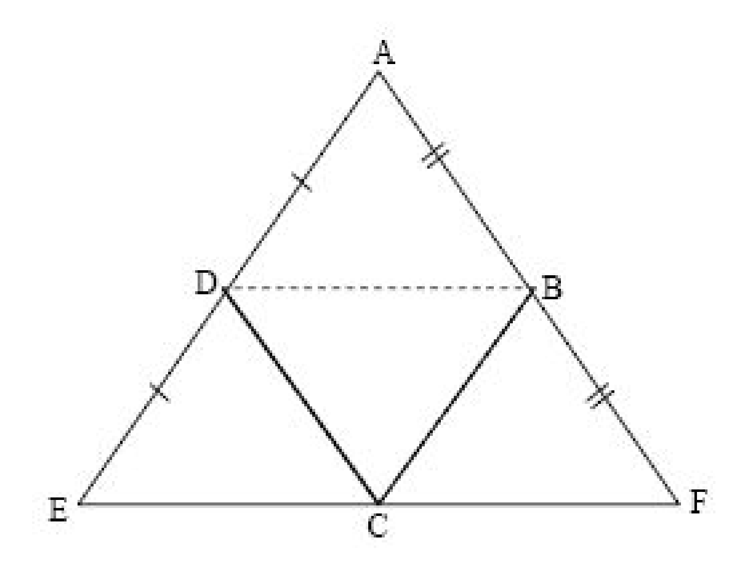
- ❖ بما أن $\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{MT}$ فإن $\overrightarrow{TM}$, $\overrightarrow{TS}$ شعاعان متعاكسان منه $\overrightarrow{TS} + \overrightarrow{TM} = \vec{0}$

التمرين 3



- ❖ بما أن $\overrightarrow{PL} = \overrightarrow{IE}$ فإن $(PL)//(IE)$ و$PL = IE$ منه الرباعي IPLE متوازي أضلاع منه القطران [LI], [PE] متناصفان.

التمرين 4



الاشعة و الانسحاب - تمارين

1) بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن:

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$..........(1)

بما أن D منتصف [AE] فإن: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DE}$............(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{BC}$

منه الرباعي ABCE متوازي أضلاع منه $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{DB}$

2) بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن:

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$............(3)

بما أن B منتصف [AF] فإن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BF}$.............(4)

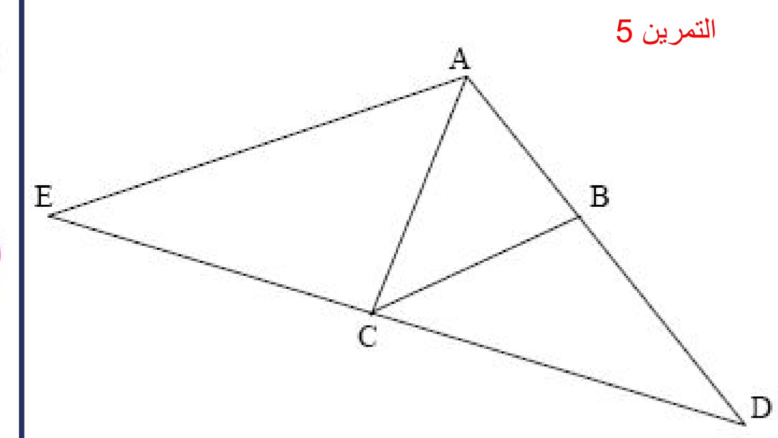
من (3) و(4) نستنتج أن: $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BF}$

منه الرباعي DBFC متوازي أضلاع منه $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{DB}$

3) بما أن $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{DB}$ ، $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{DB}$ فإن $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{EC}$

منه C منتصف [EF] .

التمرين 5

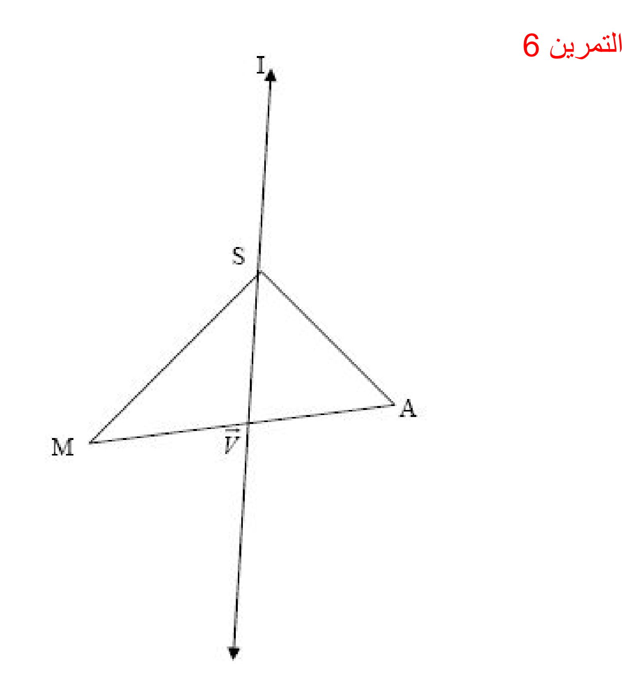


بما أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$ فإن B منتصف [AD] ....(1)

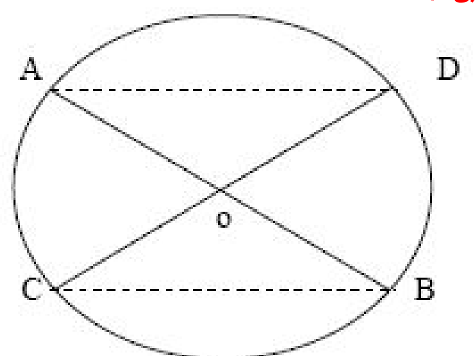
بما أن: $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CE}$ فإن C منتصف [DE] ....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: (BC)//(AE)

التمرين 6

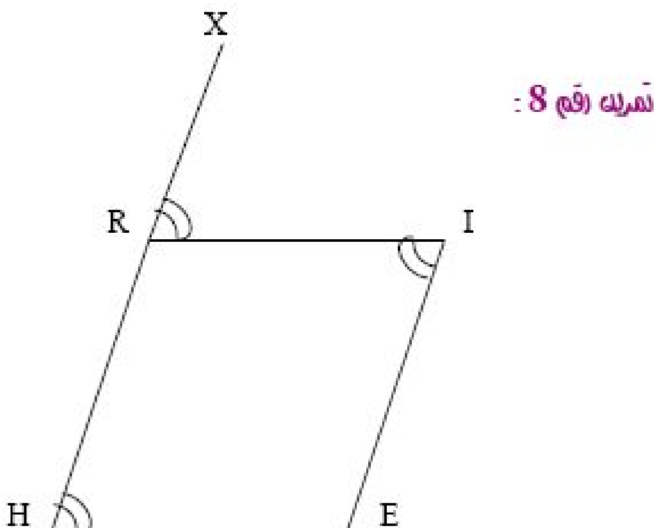


التمرين 7



O نقطة تقاطع (AB), (CD) لدينا r =oB = oC = oD = (هو نصف القطر)

منه o منتصف [AB] و o منتصف [CD] أي: القطران [AB], [CD] متناصفان وبما أنهما متقايسان فإن الرباعي ABCD مستطيل منه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$.



تمرين رقم 8 :

بما أن $\widehat{IRX}$ ، $\widehat{RIE}$ متبادلتان داخليا ومتقايستان فإن

(RH)//(IE)..............(1)

بما أن $\widehat{IRX}$ ، $\widehat{RHE}$ متماثلتين ومتقايستين فإن

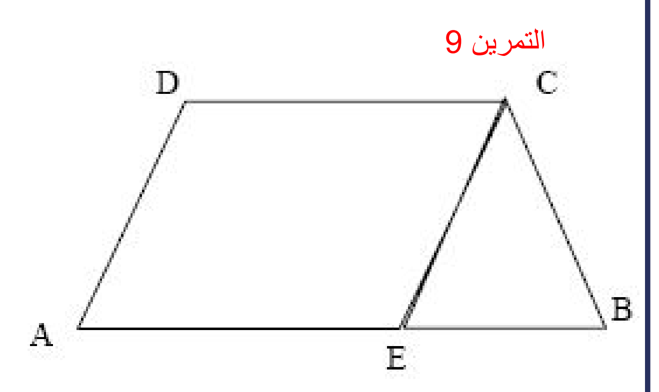
(RI)//(HE)..............(2)

من (1) و(2) نستنتج أن الرباعي R I E H متوازي أضلاع

منه $\overrightarrow{RH}=\overrightarrow{IE}$

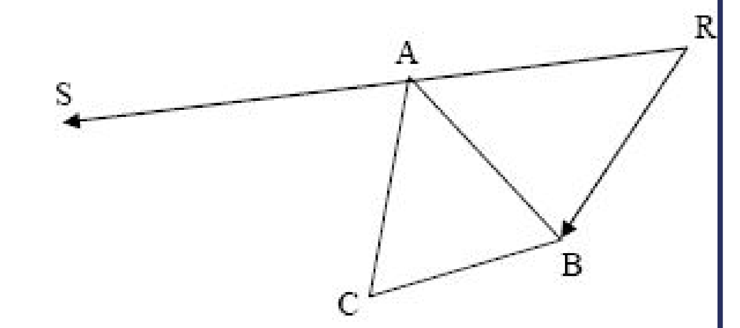
الاشعة و الانسحاب - تمارين

التمرين 9



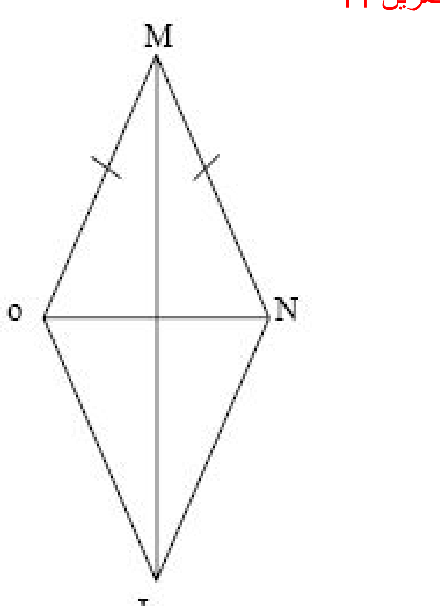
بما أن: [DC] ,[AB] قاعدتا شبه المنحرف فإن:
(AB)//(DC).....................(1)
بما أن: $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AE}$ فإن (2)..................(DC)//(AE)
من (1) و(2) نستنتج أن: (AE)//(AB)
وبما أن A نقطة مشتركة فإن النقط E,B,A في استقامة.

التمرين 10



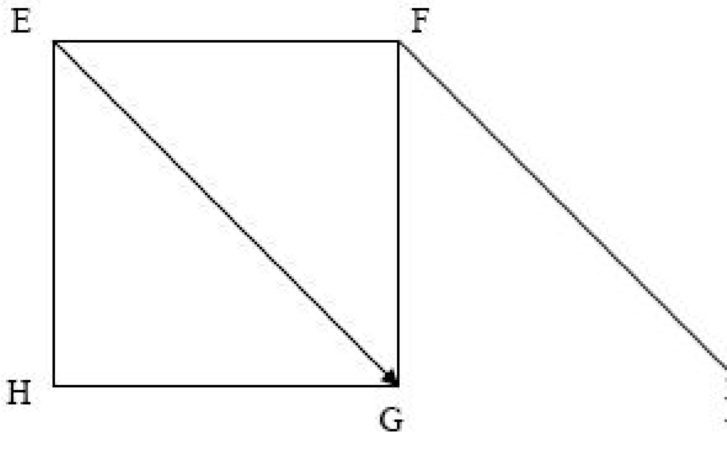
بما أن $\overrightarrow{RB} = \overrightarrow{AC}$ فإن الرباعي A R B C متوازي أضلاع
منه $\overrightarrow{RA} = \overrightarrow{BC}$.............(1)
لدينا (2)...............$\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{BC}$ (من المعطيات)
من (1) و(2) نستنتج أن: $\overrightarrow{RA} = \overrightarrow{AS}$

التمرين 11



بما أن $\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{NI}$ فإن الرباعي M N I O متوازي أضلاع .
بما أن المثلث N O M متساوي الساقين فإن Mo = MN في المتوازي الأضلاع M N I O الضلعان [Mo], [MN] متقايسان ومتتاليان فهو معين قطراه [Mo], [MN] فهما متعامدان منه $(NO) \perp (MI)$.

التمرين 12



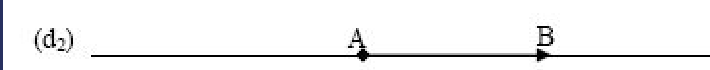
$$\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EF}$$

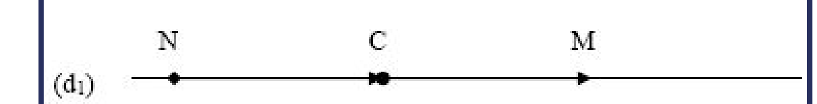
$$\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EG}$$

$$\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{FK} = \overrightarrow{HG}$$

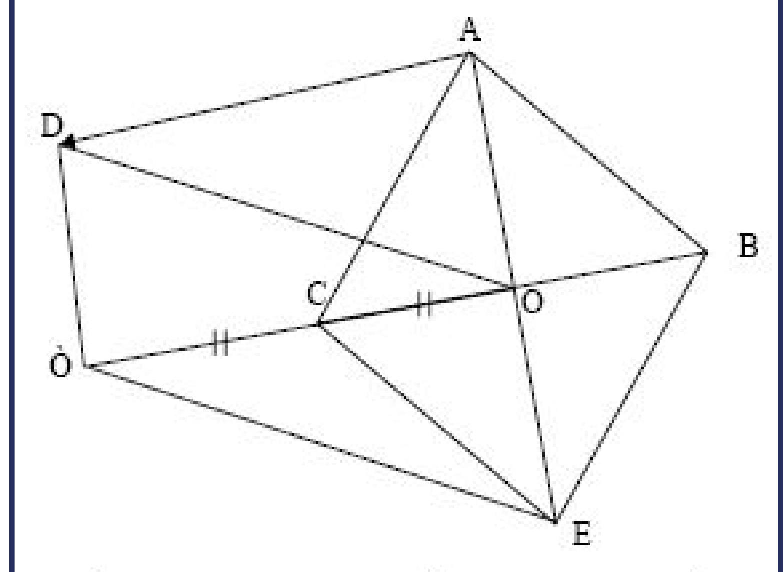
الاشعة و الانسحاب - تمارين

التمرين 13





التمرين 14



بما أن Ò نظيرة O بالنسبة إلى C فإن C منتصف [O Ò].

بما أن $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ فإن الرباعي A B E C متوازي أضلاع

منه $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AB}$..................(1)

بما أن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ فإن الرباعي A B C D متوازي أضلاع

منه $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$................(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CE}$ منه C منتصف [DE]

بما أن C منتصف كل من [O Ò] و[DE] و هما قطران في الرباعي D O E Ò فهو متوازي أضلاع منه $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{DO}$

التمرين 15

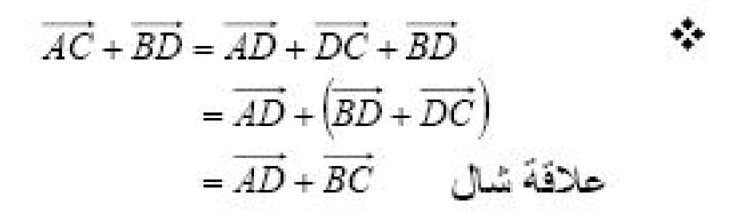
❖ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}$ ، $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}$

❖ نجمع المساواتين طرف إلى طرف نجد:

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\right)+\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}\right)$$
$$=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BD}\right)$$
$$=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$$
$$=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$$

إذن: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$

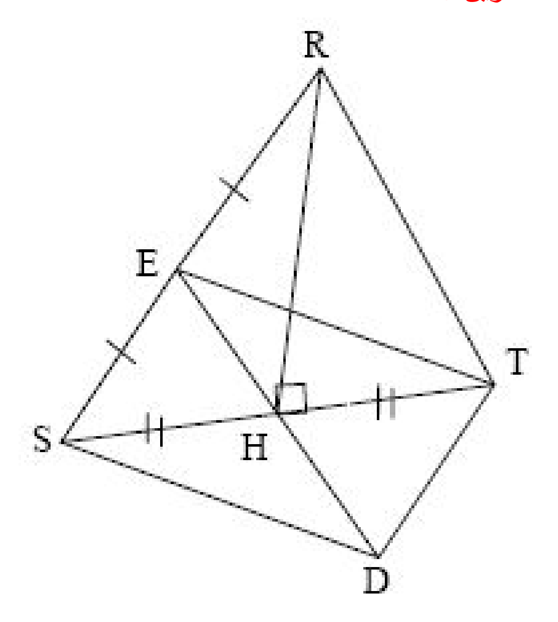
❖



$$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BD}$$
$$=\overrightarrow{AD}+\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}\right)$$
$$=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\qquad \text{علاقة شال}$$

إذن: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

التمرين 16



❖ بما أن R S T مثلث متساوي الساقين قاعدته [ST] و[RH] عمود متعلق بالقاعدة فإن [RH] متوسط منه H منتصف [ST].

❖ $SH = \frac{ST}{2} = \frac{6}{2} = 3$

❖ بتطبيق نظرية فيثاغورث عن المثلث القائم R S H نجد:

$RS^2 = RH^2 + SH^2$ منه $RH^2 = RS^2 - SH^2$

منه $RH^2 = 5^2 - 3^2$

$= 25 - 9$

$= 16$

منه $RH = \sqrt{16}$ منه $RH = 4cm$

❖ بما أن D نظيرة E بالنسبة إلى H فإن H منتصف [ED] ولدينا H منتصف [ST] (برهان سابق). إذن القطران [ED] و[ST] في الرباعي S D T E متناصفان فهو متوازي أضلاع.

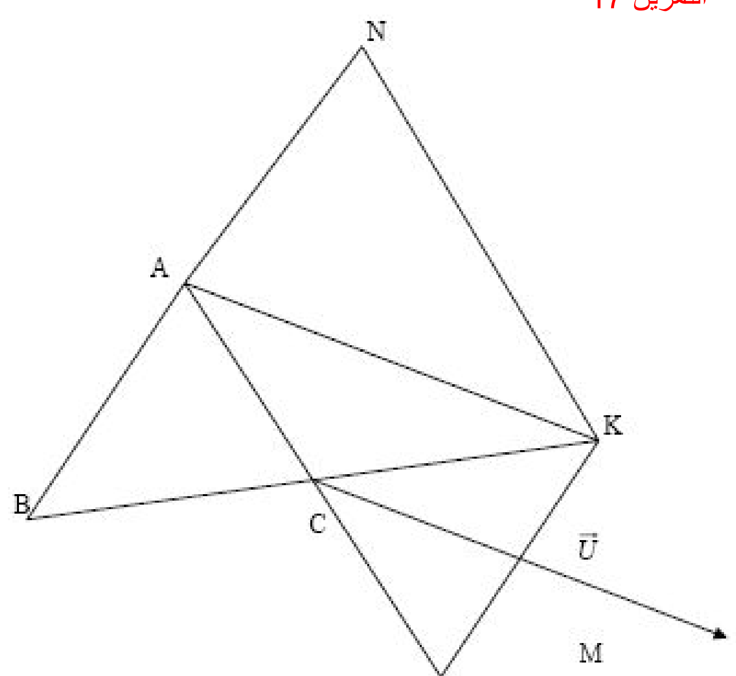
❖ بما أن E منتصف [SR] فإن $\overrightarrow{RE} = \overrightarrow{ES}$

$\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{ES} + \overrightarrow{SD}$

$= \overrightarrow{ED}$

إذن: $\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{ED}$

التمرين 17



بما أن $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AM}$ فإن الرباعي A N K M متوازي أضلاع منه $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MK}$

التمرين 18

1) أ. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ ☐ ب. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ☐ ج. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ ☒

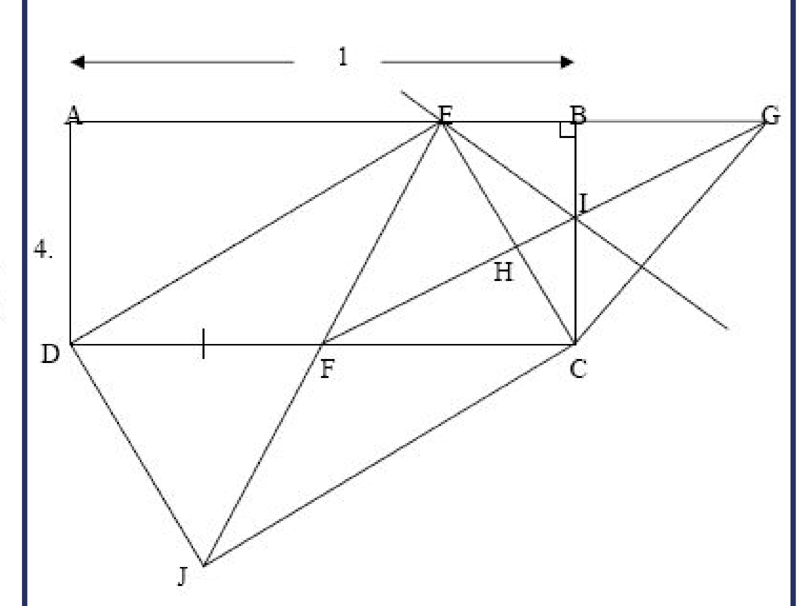
2) أ. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ ☐ ب. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$ ☐ ج. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ ☒

3) أ. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{PC}$ ☐ ب. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$ ☐ ج. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ☒

4) أ. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$ ☐ ب. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ ☐ ج. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ ☒

الاشعة و الانسحاب - مسائل

المسألة 1



(1

❖ بما أن A B C D مستطيل فإن المثلث E B C قائم في B

$EC^2 = BC^2 + EB^2$

منه $EC^2 = (4.8)^2 + (2.4)^2$

$EC^2 = 23.04 + 5.76$

$EC^2 = 28.8$

منه $EC = 28.8$ منه $AE = AB - EB = 12 - 2.4 = 9.6$

❖ بما أن A B C D مستطيل فإن المثلث A E D قائم في A .

$DE^2 = AE^2 + AD^2$

منه $DE^2 = (9.6)^2 + (4.8)^2$

$DE^2 = 92.16 + 23.04$

$DE^2 = 115.2$

منه $DE = 115.2$

$$EC = \sqrt{28.8} = \sqrt{\frac{288}{10}} = \frac{\sqrt{144 \times \sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

$$ED = \sqrt{115.2}\sqrt{\frac{1152}{10}} = \frac{\sqrt{576 \times \sqrt{2}}}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} = \frac{24}{\sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{5}$$

(2 $DC^2 = (18)^2 = 144 \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

$DE^2 + EC^2 = 28.8 + 115.2 = 144 \ldots\ldots\ldots(2)$

من (1) و(2) نستنتج أن: $DC^2 = DE^2 + EC^2$ منه المثلث C D E قائم في E.

(3 بما أن G صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FC}$ فإن $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{EG}$ منه الرباعي EGCF متوازي أضلاع (3).............

بما أن المثلث ECD قائم في E و (EF) متوسط متعلق بالوتر فإن: $EF = \frac{1}{2}DC$

منه $EF = FC \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$

من (3) و (4) نستنتج أن الرباعي EGCF معيّن.

بما أن $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{DF}$ (لأن F منتصف [DC]) فإن $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{DF}$ منه الرباعي EGFD متوازي أضلاع.

(4 بما أن EGCF معيّن فإن $(FG) \perp (EC)$ منه [GH] ارتفاع متعلق بالضلع[EC]

بما ان $(BC) \perp (EG)$ فإن [BC] ارتفاع متعلق بالضلع [EG].

بما أن [GH]و[BC]تتقاطعان في I فإن [EI] ارتفاع متعلق بالضلع [GC] منه $(EI) \perp (CG)$.

(5 بماأن $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{ED}$ فإن الرباعي DECJ متوازي أضلاع (5)................

بما أن DEC مثلث قائم في E فإن

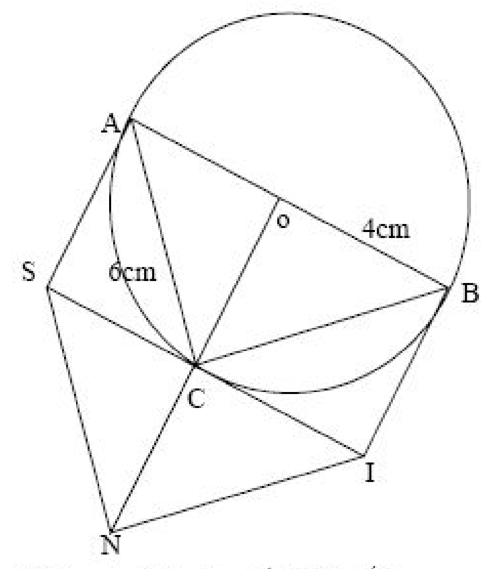
$D\hat{E}C = 90° \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$

من (6)و(5) نستنتج أن الرباعي DECG مستطيل.

بما أن F نقطة تقاطع القطرين [DC]و[EJ] فإن F منتصف [EJ] منه النقط J,F,E في استقامة واحدة.

الاشعة و الانسحاب - مسائل

المسألة 2



بما أن [AB] قطر في الدائرة و C تنتمي إلى الدائرة فإن المثلث A B C قائم في C.

حسب نظرية فيثاغورث نجد: $AB^2 = AC^2 + CB^2$ منه

$8^2 = 6^2 + CB^2$

منه $64 = 36 + CB^2$ منه $CB^2 = 64 - 36$ منه $CB^2 = 28$

منه $CB = \sqrt{28}$ منه $CB = 2\sqrt{7}$.

بما أن النقط I,N,S صور النقط B,C,A على الترتيب بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$ فإن المثلث S,I,N صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$

منه محيط ومساحة المثلث S,I,N هو محيط ومساحة المثلث ABC.

المحيط:

$$P = AC + CB + AB$$

$$P = 6 + 2\sqrt{7} + 8$$

$$P = 14 + 2\sqrt{7}$$

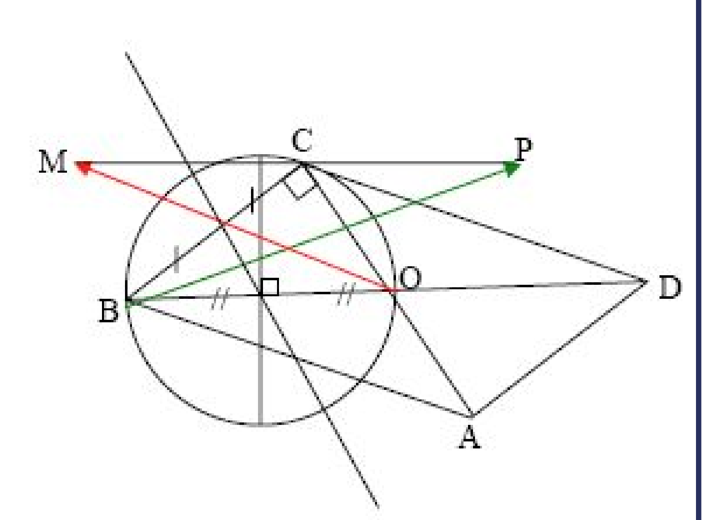
المساحة:

$$S = \frac{AC \times CB}{2}$$

$$S = \frac{6 \times 2\sqrt{7}}{2}$$

$$S = 6\sqrt{7}$$

المسألة 3



الدائرة التي تشمل النقط B,O,C هي الدائرة المحيطة بالمثلث B O C مركزها هو نقطة تقاطع محاور هذا المثلث. يكفي لتعيين المركز ننشئ محورين.

❖ بما أن $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CP}$ فإن الرباعي CPDO متوازي أضلاع منه $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DP}$..........(1) بما أن $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ فإن الرباعي MCOB متوازي أضلاع منه

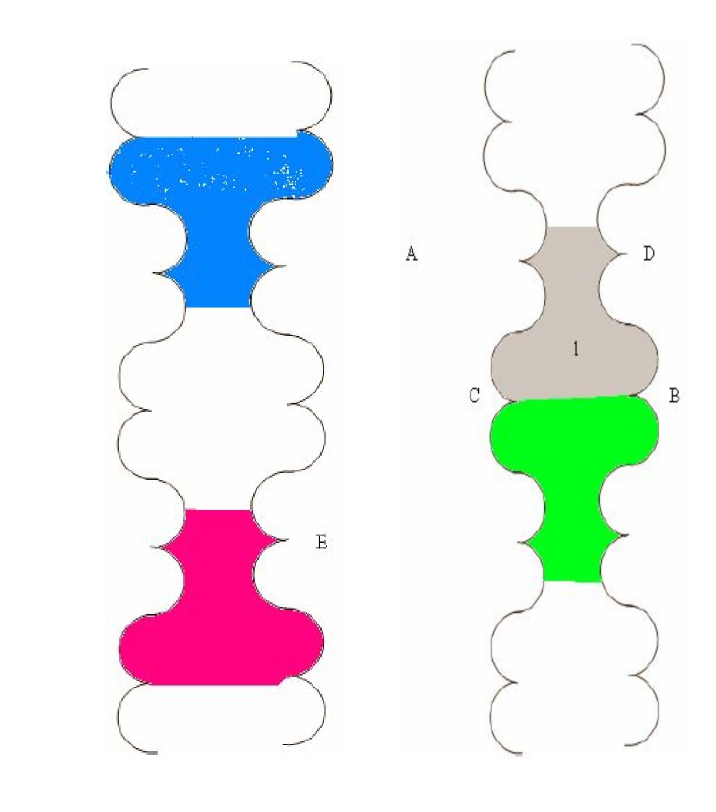
$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BM}$..........(2)

من (1) و(2) نستنتج أن $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DP}$ منه النقط P M C صور D B O بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$.

❖ بما أن الرباعي ADCB متوازي أضلاع و O نقطة تقاطع قطريه [AC], [DB] فإن O منتصف [BD] منه النقط B O D في استقامة.

❖ بما أن النقط P M C صور D B O بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$ فإن النقط P M C في استقامة. (لأن الانسحاب يحافظ على استقامة النقط).

المسألة 4



ملاحظة: الشكل الموجود في اليسار ضخم موضعه وسحب بمربع واحد إلى اليمين.

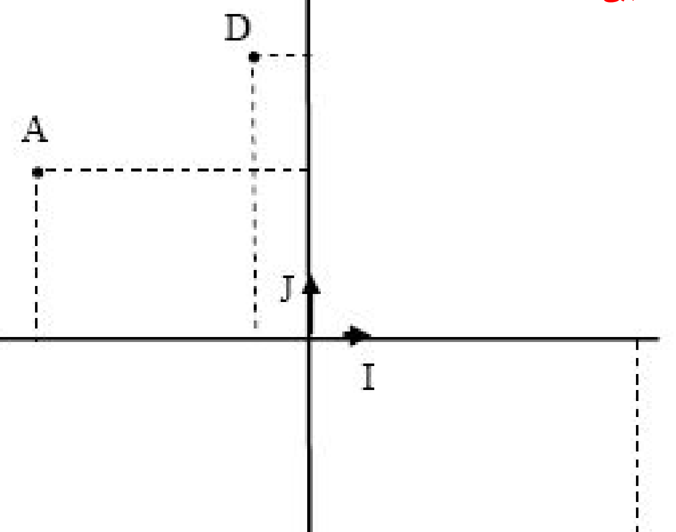
المعالم - تطبيقات

التطبيق 1

$\vec{t}\,(2,4)$ ، $\vec{b}\,(-7,-3)$ ، $\vec{m}\,(0,4)$

$\vec{U}\,(-5,0)$ ، $\vec{V}\,(+5,-3)$ ، $\vec{S}\,(-2,3)$

التطبيق 2

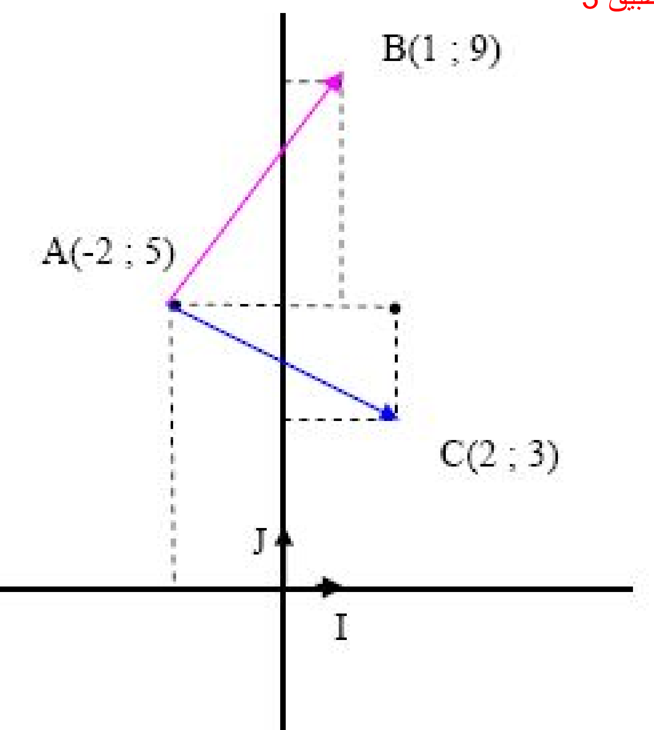


$\vec{AB}(11,-7)$ ، $\vec{AC}(5,-11)$ ، $\vec{CD}(-1,14)$

$\vec{BD}(-7,10)$ ، $\vec{DC}(1,-14)$ ، $\vec{OD}(-1,6)$

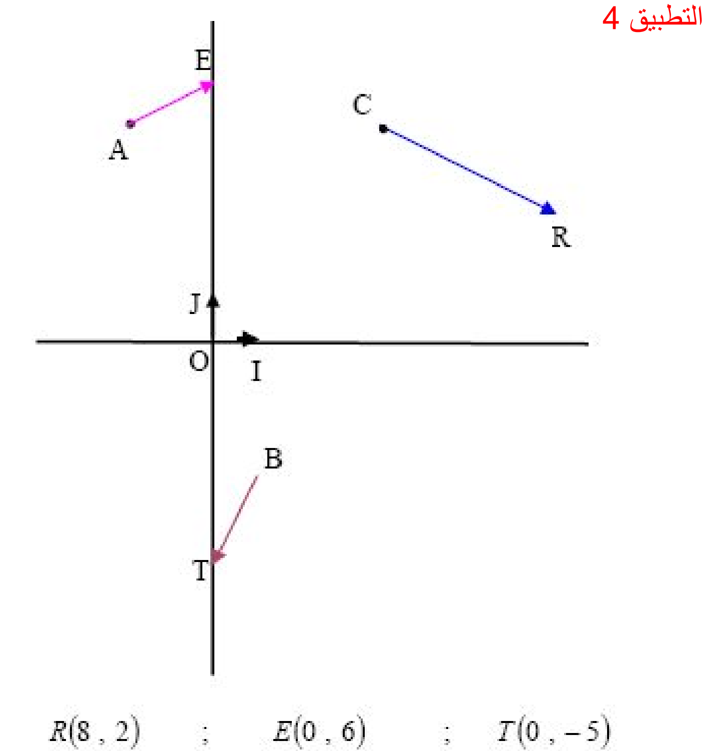
ملاحظة : لا توجد النقطة E .

التطبيق 3



$B(1,9)$; $C(2,3)$

التطبيق 4



$T(0,-5)$; $E(0,6)$; $R(8,2)$

المعالم - تطبيقات

التطبيق 5

(1

$$x_B - x_A = 7 - 1 = 6$$

$$y_B - y_A = -1 - 2 = -3$$

إذن $\vec{AB}(6\ ,\ -3)$

(2

$$x_B - x_A = 0 - 3 = -3$$

$$y_B - y_A = -5 - 1 = -6$$

إذن $\vec{AB}(-3\ ,\ -6)$

(3

$$x_B - x_A = 3 - 3 = 0$$

$$y_B - y_A = -5 + 2 = -3$$

إذن $\vec{AB}(0\ ,\ -3)$

(4

$$x_B - x_A = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$y_B - y_A = -\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

إذن $\vec{AB}\left(\frac{3}{4}\ ,\ -1\right)$

(5

$$x_B - x_A = 0{,}1 - 0{,}5 = 0{,}4$$

$$y_B - y_A = 3{,}2 - 4 = -0{,}8$$

إذن $\vec{AB}(-0{,}4\ ,\ -0{,}8)$

التطبيق 6

*حساب احداثيي $\vec{AB}$:

$$x_B - x_A = 1 + 2 = 3$$

$$y_B - y_A = -2 - 3 = -5$$

إذن $\vec{AB}(3\ ,\ -5)$

*حساب احداثيي $\vec{BC}$:

$$x_C - x_B = 2 - 1 = 1$$

$$y_C - y_B = -1 + 2 = 1$$

إذن $\vec{BC}(1\ ,\ 1)$

*حساب احداثيي $\vec{AC}$:

$$x_C - x_A = 2 + 2 = 4$$

$$y_C - y_A = -1 - 3 = -4$$

إذن $\vec{AC}(4\ ,\ -4)$

*حساب احداثيي $\vec{CD}$:

$$x_D - x_C = -1 - 2 = -3$$

$$y_D - y_C = 4 + 1 = 5$$

إذن $\vec{CD}(-3\ ,\ 5)$

*حساب احداثيي $\vec{BD}$:

$$x_D - x_B = -1 - 1 = -2$$

$$y_D - y_B = 4 + 2 = 6$$

إذن $\vec{BD}(-2\ ,\ 6)$

التطبيق 7

$$x_N - x_M = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3$$

$$y_N - y_M = 3 - (-3) = 3 + 3 = 6$$

إذن $\vec{MN}(3\ ,\ 6)$

المعالم - تطبيقات

التطبيق 8

*حساب احداثيي $\vec{AD}$:

$x_D - x_A = 0-(-5) = 0+5 = 5$

$y_D - y_A = 5-3 = 2$

إذن $\vec{AD}(5\,,2)$

*حساب احداثيي $\vec{CB}$:

$x_B - x_C = -2-(-7) = -2+7 = 5$

$y_B - y_C = 8-6 = 2$

إذن $\vec{CB}(5\,,2)$

بما أن $\vec{AD} = \vec{CB}$ فإن (AD)//(CB) و AD=CB ومنه الرباعي ACBD متوازي أضلاع .

التطبيق 9

MATH متوازي أضلاع منه $\vec{MA} = \vec{HT}$

*حساب احداثيي $\vec{MA}$:

$x_A - x_M = -1-(-2) = -1+2 = 1$

$y_A - y_M = 3-3 = 0$

إذن $\vec{MA}(1\,,0)$

*حساب احداثيي $\vec{HT}$ بدلالة احداثيي T

$x_T - x_H = x_T - 1$

$y_T - y_H = y_T + 2$

$\vec{MA} = \vec{HT}$ و منه

$x_T - 1 = 1$

$x_T = 1+1 = 2$

$y_T + 2 = 0$ و منه $y_T = -2$

إذن $T(2\,,-2)$

التطبيق 10

*حساب احداثيي النقطة P :

P منتصف [AB] ومنه

$$x_P = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_P = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+(-1)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

إذن $P(1,\ 0)$

*حساب احداثيي النقطة E :

B منتصف [CE]

$$x_B = \frac{x_C + x_E}{2}$$

$$4 = \frac{5 + x_E}{2}$$

$$5 + x_E = 8$$

$$x_E = 8-5 = 3$$

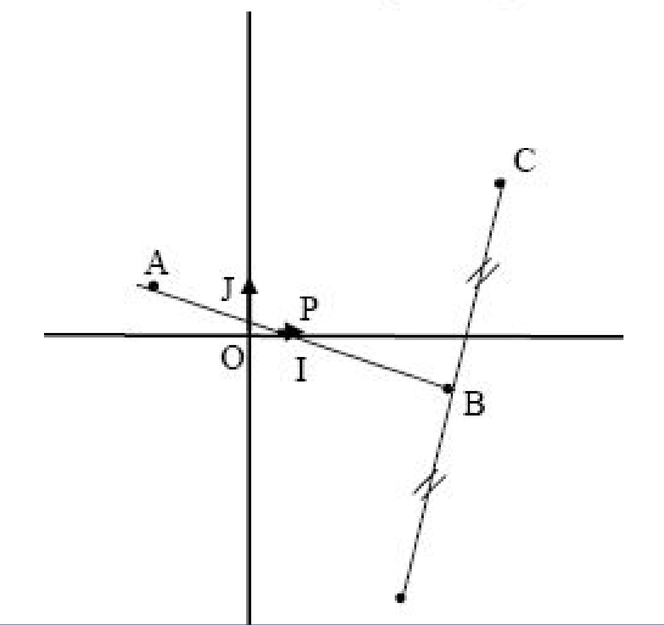
$$y_B = \frac{y_C + y_E}{2}$$

$$-1 = \frac{3 + y_E}{2}$$

$$3 + y_E = -2$$

$$y_E = -2-3 = -5$$

إذن $E(3\,,-5)$



المعالم - تطبيقات

التطبيق 11

(1

$$x_C=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{3-5}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

$$y_C=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{6-2}{2}=\frac{4}{2}=2$$

إذن $C(-1\,,\,2)$

(2

$$x_C=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{7-3}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$y_C=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-2+4}{2}=\frac{2}{2}=1$$

إذن $C(2\,,\,1)$

(3

$$x_C=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-1-1}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

$$y_C=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{2-2}{2}=\frac{0}{2}=0$$

إذن $C(-1\,,\,0)$

(4

$$x_C=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{0{,}6+(-5{,}4)}{2}=\frac{-4{,}8}{2}=-2{,}4$$

$$y_C=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-7{,}8-9{,}2}{2}=\frac{-17}{2}=-8{,}5$$

إذن $C(-2{,}4\,,\,-8{,}5)$

(5

$$x_C=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}{2}=\frac{\frac{4}{2}}{2}=\frac{4}{2}\times\frac{1}{2}=1$$

$$y_C=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-\frac{1}{3}-1}{2}=\frac{-\frac{4}{3}}{2}=-\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}=-\frac{2}{3}$$

إذن $C\left(1\,,\,-\frac{2}{3}\right)$

التطبيق 12

*حساب احداثيي النقطة M منتصف [BD] :

$$x_M=\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{3+1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$y_M=\frac{y_B+y_D}{2}=\frac{5+(-1)}{2}=\frac{4}{2}=2$$

إذن $M(2\,,\,2)$

*حساب احداثيي النقطة N منتصف [AC] :

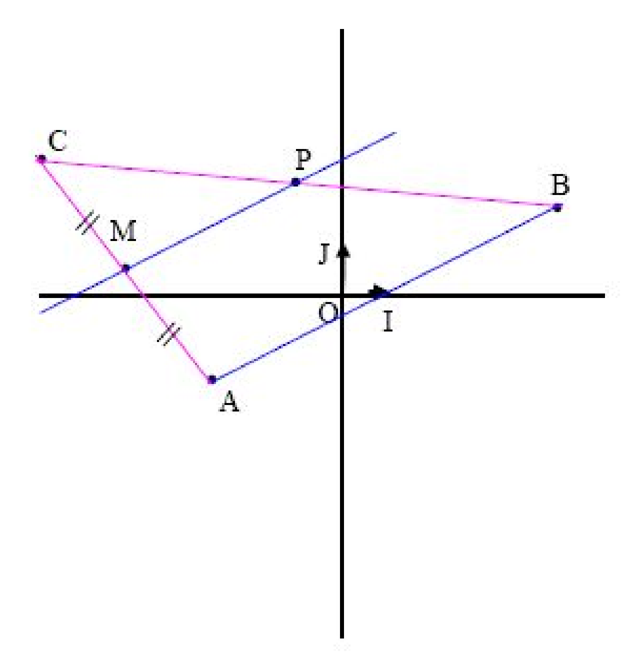
$$x_N=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-1+5}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$y_N=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{3+1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

إذن $N(2\,,\,2)$

بما أن M منتصف [BD] و N منتصف [AC] و M , N متطابقتان فان القطران [BD] و [AC] متناصفان و منه الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

التطبيق 13



*حساب احداثيي النقطة M :

$$x_M=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-3+(-7)}{2}=\frac{-10}{2}=-5$$

$$y_M=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{-2+3}{2}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

إذن $M(-5\,,\,0{,}5)$

*حساب احداثيي النقطة P :

P منتصف [CB]

$$x_P=\frac{x_C+x_B}{2}=\frac{-7+5}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

$$y_P=\frac{y_C+y_B}{2}=\frac{3+2}{2}=\frac{5}{2}=2{,}5$$

إذن $P(-1\,,\,2{,}5)$

نقول عن المستقيمين (MP) و (AB) أنهما متوازيين لأن :

بما أن M منتصف [AC] فان $\frac{CM}{CA}=\frac{1}{2}$......(1)

بما أن P منتصف [CB] فان $\frac{CP}{CB}=\frac{1}{2}$......(2)

من (1) و(2) نستنتج أن : $\frac{CM}{CA}=\frac{CP}{CB}$

و منه (AB)//(MP) (حسب عكس نظرية طاليس) .

التطبيق 14

بما أن $\vec{EB}+\vec{EC}=\vec{0}$ فان E منتصف [BC]

$$x_E=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2}$$
$$y_E=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{3+(-3)}{2}=\frac{0}{2}=0$$

إذن $E\left(\frac{1}{2},0\right)$

*حساب احداثيي النقطة D :

$$x_E=\frac{x_A+x_D}{2}$$
$$\frac{1}{2}=\frac{3+x_D}{2}$$
$$x_D+3=1$$
$$x_D=1-3=-2$$
$$y_E=\frac{y_A+y_D}{2}$$
$$0=\frac{4+y_D}{2}$$
$$y_D+4=0$$
$$y_D=-4$$
$$D(-2,-4)$$

بما أن E منتصف [BC] و E منتصف [AD] فان القطران [AD] و [BC] متناصفان و منه الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

التطبيق 15

(1

$$AB=\sqrt{(-2+6)^2+(4-5)^2}=\sqrt{(5)^2+(-1)^2}=\sqrt{25+1}=\sqrt{26}$$

$$AC=\sqrt{(3+6)^2+(-6-5)^2}=\sqrt{9^2+(-11)^2}=\sqrt{81+121}=\sqrt{212}=2\sqrt{53}$$

$$BC=\sqrt{(3+2)^2+(-6-4)^2}=\sqrt{5^2+(-10)^2}=\sqrt{25+100}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$$

(2

$$AB=\sqrt{\left(-4+\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{2}+1\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{-10}{3}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{100}{9}+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{481}{36}}=\frac{\sqrt{481}}{6}$$

$$AC=\sqrt{\left(\frac{5}{4}+\frac{2}{3}\right)^2+\left(-\frac{5}{3}+1\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{23}{12}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{529}{144}+\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{5337}{1296}}=\frac{\sqrt{5337}}{36}$$

$$BC=\sqrt{\left(\frac{5}{4}+4\right)^2+\left(-\frac{5}{3}-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{21}{4}\right)^2+\left(-\frac{13}{6}\right)^2}=\sqrt{\frac{441}{16}+\frac{169}{36}}=\sqrt{\frac{18580}{576}}=\frac{2\sqrt{4645}}{24}$$

(3

$$AB=\sqrt{(-5+2)^2+(-7-3)^2}=\sqrt{(-3)^2+(-10)^2}=\sqrt{9+100}=\sqrt{109}$$

$$AC=\sqrt{(-4+2)^2+(1-3)^2}=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$BC=\sqrt{(3+2)^2+(1+7)^2}=\sqrt{5^2+8^2}=\sqrt{25+64}=\sqrt{89}$$

المعالم - تطبيقات

التطبيق 16

$$AB=\sqrt{(3-2)^2+(2-1)^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$$

$$AC=\sqrt{(0-2)^2+(3-1)^2}=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$BC=\sqrt{(0-3)^2+(3-2)^2}=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$$

$$BC^2=\sqrt{10}^2=10\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$AB^2+AC^2=(\sqrt{8})^2+(\sqrt{2})^2=8+2=10\ldots\ldots(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن : $BC^2=AB^2+AC^2$
و منه المثلث ABC قائم في A
(حسب عكس نظرية فيتاغورث) .

التطبيق 17

حساب الأطوال AB , AC , BC :

$$AB=\sqrt{(3+1)^2+(3-6)^2}=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$

$$AC=\sqrt{(-7+1)^2+(-2-6)^2}=\sqrt{(-6)^2+(-8)^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$$

$$BC=\sqrt{(-7-3)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{(-10)^2+(-5)^2}=\sqrt{100+25}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$$

$$BC^2=(\sqrt{125})^2=125\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$AB^2+AC^2=5^2+10^2=25+100=125\ldots\ldots(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن : $BC^2=AB^2+AC^2$
و منه المثلث ABC قائم في A (حسب عكس نظرية فيتاغورث) .

*حساب احداثيي النقطة E منتصف [AC] :

$$x_E=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-1+(-7)}{2}=\frac{-8}{2}=-4$$

$$y_E=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{6+(-2)}{2}=\frac{4}{2}=2$$

إذن $E(-4\ ,\ 2)$

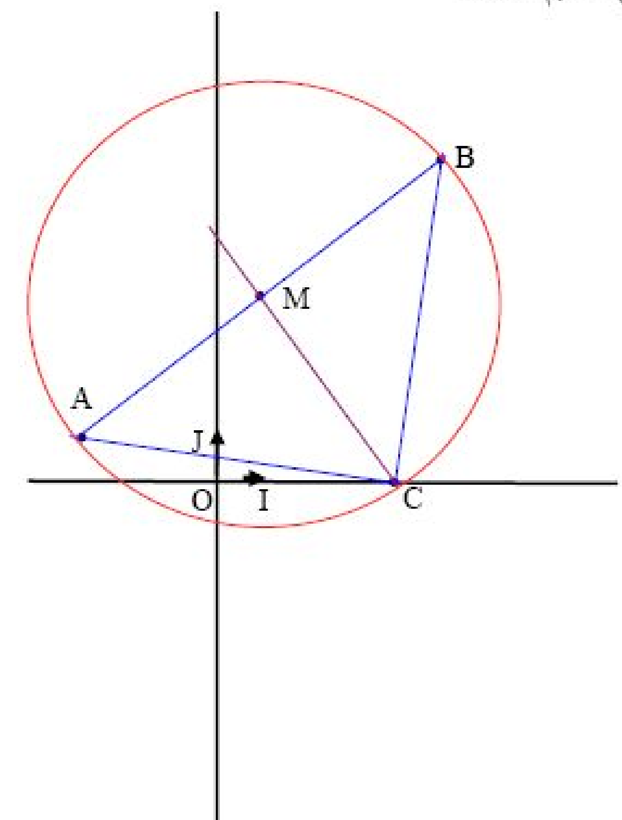
حساب طول المتوسط المتعلق بالضلع [AC] :

$$BE=\sqrt{(-4-3)^2+(2-3)^2}=\sqrt{(-7)^2+(-1)^2}=\sqrt{49+1}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$$

المعالم - تطبيقات

التطبيق 18

1) تعليم النقط :



(2

$$AC=\sqrt{(4+3)^2+(0-1)^2}=\sqrt{7^2+(-1)^2}$$
$$=\sqrt{49+1}$$
$$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\ldots\ldots(1)$$

$$BC=\sqrt{(4-5)^2+(0-7)^2}=\sqrt{(-1)^2+(-7)^2}$$
$$=\sqrt{1+49}$$
$$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\ldots\ldots\ldots(2)$$

(3

من (1) و(2) نستنتج أن: AC=BC و منه ABC مثلث متساوي الساقين .

$$AB^2=10^2=100\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$BC^2+AC^2=\left(\sqrt{50}\right)^2+\left(\sqrt{50}\right)^2=50+50=100\ldots(4)$$

من (3) و(4) نستنتج أن : $AB^2=BC^2+AC^2$

و منه ABC مثلث قائم في C (حسب عكس نظرية فيتاغورث) .

إذن ABC مثلث قائم و متساوي الساقين .

(4

بما أن ABC مثلث قائم في C ، M هي مركز الدائرة المحيطة به فان M هي منتصف [AB] .

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-3+5}{2}=\frac{2}{2}=1$$

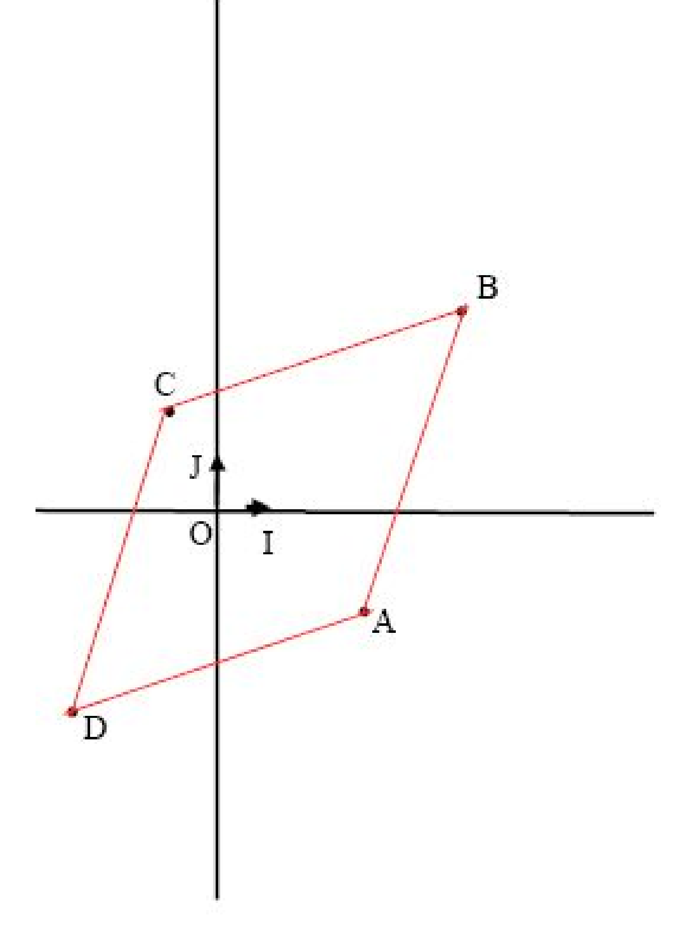
$$y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{1+7}{2}=\frac{8}{2}=4$$

إذن $M(1\ ,\ 4)$

$$MA=\sqrt{(-3-1)^2+(1-4)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}$$
$$=\sqrt{16+9}$$
$$=\sqrt{25}=5$$

التطبيق 19

1)تعليم النقط :



2)حساب احداثيي $\vec{AB}$ ، $\vec{DC}$:

$x_B - x_A = 5 - 3 = 2$

$y_B - y_A = 4 + 2 = 6$

إذن $\vec{AB}(2\ ,\ 6)$

$x_C - x_D = -1 + 3 = 2$

$y_C - y_D = 2 + 4 = 6$

إذن $\vec{DC}(2\ ,\ 6)$

و منه فان $\vec{AB} = \vec{DC}$

و منه (AB)//(DC) ، AB=DC

الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

$AB = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{4+36}$

$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$..........................(1)

$AD = \sqrt{(-3-3)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{36+4}$

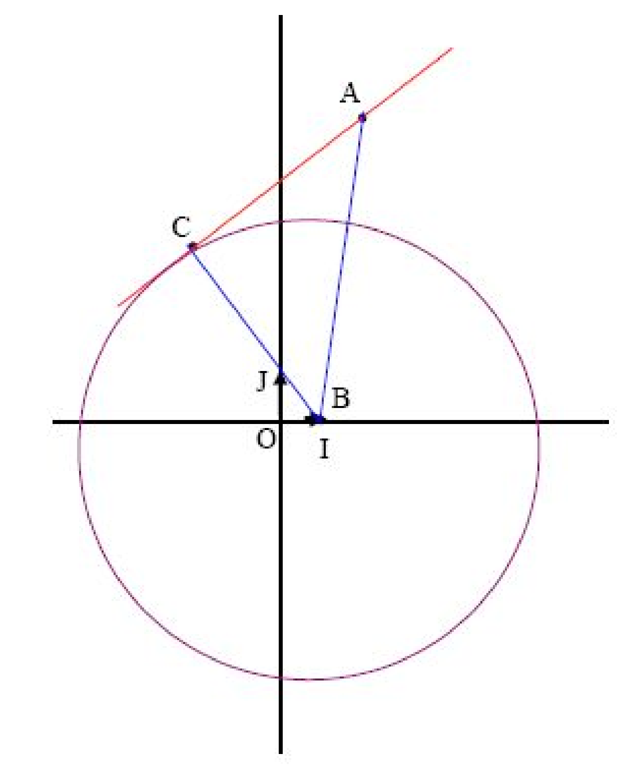
$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$...(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: AB=AD

بما أن ABCD متوازي أضلاع و AB=AD فانه معين.

المعالم - تمارين

التمرين 1

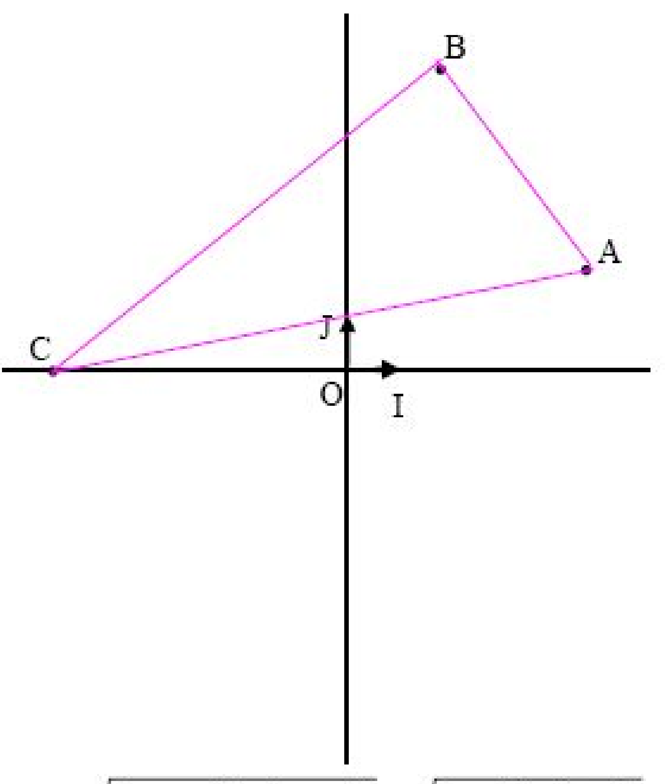


$$AB=\sqrt{(1-2)^2+(0-7)^2}=\sqrt{(-1)^2+(-7)^2}$$
$$=\sqrt{1+49}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$$
$$AC=\sqrt{(-2-2)^2+(4-7)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}$$
$$=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$
$$CB=\sqrt{(1+2)^2+(0-4)^2}=\sqrt{3^2+(-4)^2}$$
$$=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$
$$AB^2=\left(\sqrt{50}\right)^2=50 \ldots\ldots\ldots(1)$$
$$AC^2+BC^2=5^2+5^2=25+25=50 \ldots\ldots(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن: $AB^2=AC^2+BC^2$

ومنه ABC مثلث قائم في C (حسب عكس نظرية فيثاغورث)
و منه (AC)⊥(CB) منه (AC) مماس الدائرة
(c) في النقطة C .

التمرين 2



(1

$$AC=\sqrt{(-6-5)^2+(0-2)^2}=\sqrt{(-11)^2+(-2)^2}$$
$$=\sqrt{121+4}$$
$$=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$$
$$AB=\sqrt{(2-5)^2+(6-2)^2}=\sqrt{(-3)^2+4^2}$$
$$=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$
$$BC=\sqrt{(-6-2)^2+(0-6)^2}=\sqrt{(-8)^2+(-6)^2}$$
$$=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$$
$$AC^2=\left(\sqrt{125}\right)^2=125 \ldots\ldots\ldots(1)$$
$$AB^2+BC^2=5^2+10^2=25+100=125 \ldots\ldots(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن: $AC^2=AB^2+BC^2$

و منه المثلث ABC قائم في B (حسب عكس نظرية فيثاغورث) .

(2

$$x_D - x_A = x_D - 5$$

$$y_D - y_A = y_D - 2$$

إذن $\vec{AD}(\,x_D - 5\;,\;y_D - 2\,)$

$$x_C - x_B = -6 - 2 = -8$$

$$y_C - y_B = 0 - 6 = -6$$

إذن $\vec{BC}(-8\;,\;-6)$

ABCD مستطيل و منه $\vec{AD} = \vec{BC}$

$$x_D - 5 = -8$$

$$x_D = -8 + 5 = -3$$

$$y_D - 2 = -6$$

$$y_D = -6 + 2 = -4$$

إذن $D(\,-3\;,\;-4\,)$

(3

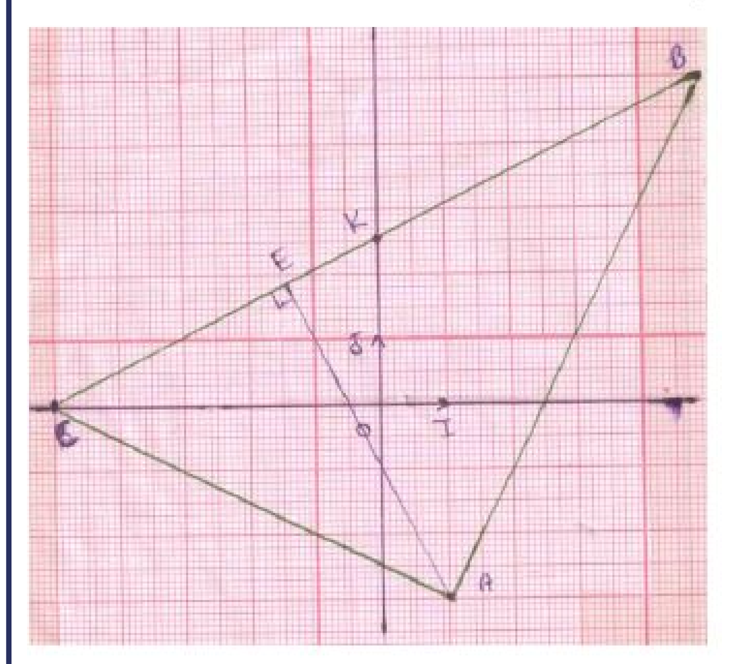
$$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{5 + (-6)}{2} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$$

$$y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + 0}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

إذن $I(\,-0{,}5\;,\;1\,)$

التمرين 3

(1



(2

$$AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5+3)^2} = \sqrt{4^2 + 8^2}$$
$$= \sqrt{16 + 64}$$
$$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(-5-1)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{(-6)^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{36 + 9}$$
$$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(-5-5)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (-5)^2}$$
$$= \sqrt{100 + 25}$$
$$= \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$BC^2 = \left(\sqrt{125}\right)^2 = 125 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$AB^2 + AC^2 = \left(\sqrt{80}\right)^2 + \left(\sqrt{45}\right)^2 = 80 + 45 = 125 \ldots(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

و منه المثلث ABC قائم في A (حسب عكس نظرية فيتاغورث) .

(3

$$x_K = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{5 + (-5)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$y_K = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{5 + 0}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

إذن $K(\,0\;,\;2{,}5\,)$



(4

$$S=\frac{AB\times AC}{2}=\frac{4\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}}{2}=\frac{12\times 5}{2}=\frac{60}{2}=30cm^2$$

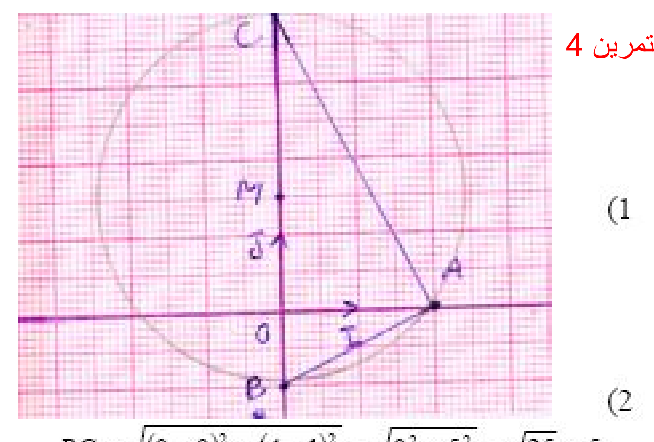
$$S=\frac{AE\times BC}{2}$$

$$30=\frac{AE\times 5\sqrt{5}}{2}$$

$$5\sqrt{5}AE=60$$

$$AE=\frac{60}{5\sqrt{5}}=\frac{60\sqrt{5}}{25}=\frac{12\sqrt{5}}{5}cm$$

التمرين 4



(1

(2

$$BC=\sqrt{(0-0)^2+(4+1)^2}=\sqrt{0^2+5^2}=\sqrt{25}=5$$

$$AB=\sqrt{(0-2)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2}$$
$$=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$$

$$AC=\sqrt{(0-2)^2+(4-0)^2}=\sqrt{(-2)^2+4^2}$$
$$=\sqrt{4+16}$$
$$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

$BC^2=5^2=25$................(1)

$AB^2+AC^2=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{20})^2=5+20=25$.......(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $BC^2=AB^2+AC^2$

و منه المثلث ABC قائم في A (حسب عكس نظرية فيتاغورث) .

و منه $B\hat{A}C=90°$

(3

M منتصف الوتر [BC]

$$x_M=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{0+0}{2}=\frac{0}{2}=0$$

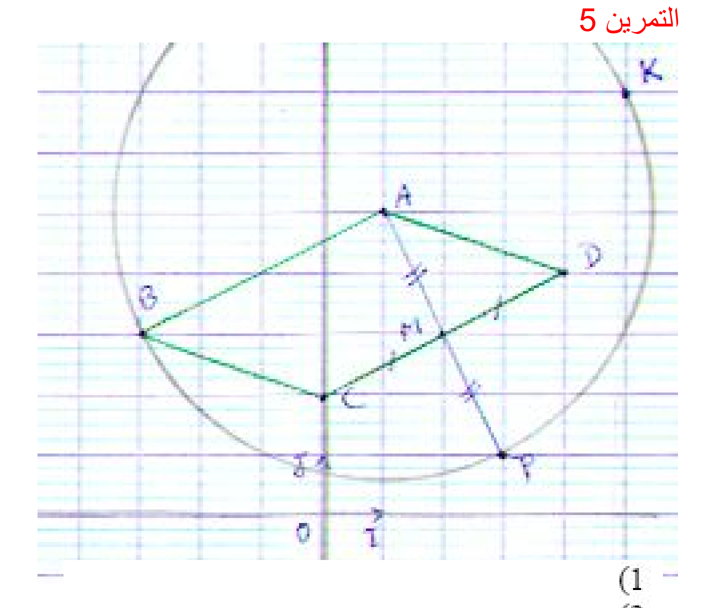
$$y_M=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{-1+4}{2}=\frac{3}{2}=1{,}5$$

إذن $M(\ 0\ ,1{,}5\ )$

$$MA=\sqrt{(0-2)^2+(0-1{,}5)^2}=\sqrt{(-2)^2+(-1{,}5)^2}$$
$$=\sqrt{4+2{,}25}=\sqrt{6{,}25}$$
$$=2{,}5cm$$

إذن نصف قطر الدائرة (C) هو 2,5cm .

التمرين 5



(1

(2

حساب احداثيي $\vec{AB}$, $\vec{DC}$:

$$x_B-x_A=-3-1=-4$$
$$y_B-y_A=3-5=-2$$

إذن $\vec{AB}(\ -4\ ,\ -2\ )$

$$x_C-x_D=0-4=-4$$
$$y_C-y_D=2-4=-2$$

إذن $\vec{DC}(\ -4\ ,\ -2\ )$

بما أن $\vec{AB}=\vec{DC}$ فان (AB)//(DC) ، AB=DC

و منه الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

(3

$$x_M=\frac{x_C+x_D}{2}=\frac{0+4}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$y_M=\frac{y_C+y_D}{2}=\frac{2+4}{2}=\frac{6}{2}=3$$

إذن $M(\ 2\ ,\ 3\ )$

P نظيرة A بالنسبة إلى M ، معناه M منتصف [AP]

$$x_M=\frac{x_A+x_P}{2}$$
$$2=\frac{1+x_P}{2}$$
$$1+x_P=4$$
$$x_P=4-1=3$$

$$y_M=\frac{y_A+y_P}{2}$$
$$5+y_P=6$$
$$y_P=6-5=1$$

إذن $P(\ 3\ ,1\ )$

(4

$$AK=\sqrt{(5-1)^2+(7-5)^2}=\sqrt{4^2+2^2}$$
$$=\sqrt{16+4}$$
$$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

من

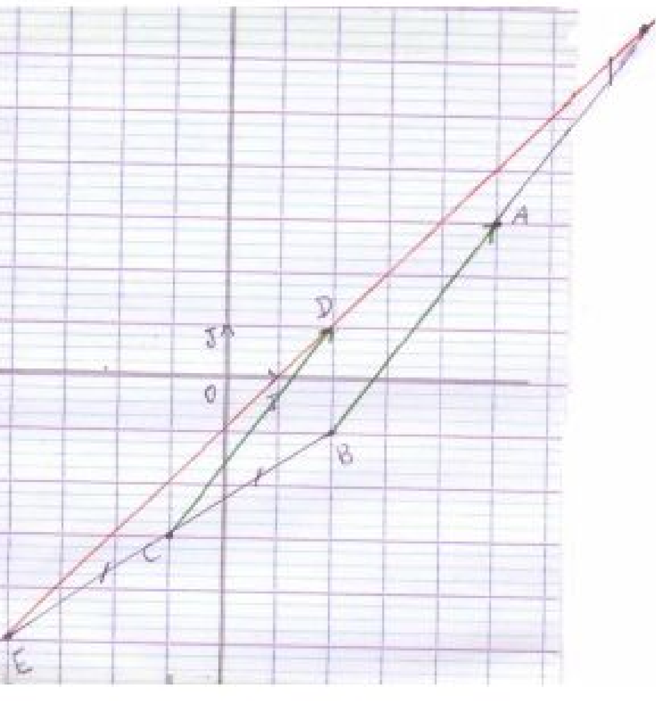
$$AB=\sqrt{(-4)^2+(-2)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\ldots(2)$$
$$AP=\sqrt{(3-1)^2+(1-5)^2}=\sqrt{2^2+(-4)^2}$$
$$=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}..(3)$$

(1) و(2) و (3) نستنتج أن: AK=AB=AP

و منه A مركز الدائرة المحيطة بالمثلث KPB .

التمرين 6

1) تعليم النقط :



(2

D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BA}$ و منه $\vec{BA}=\vec{CD}$

$x_A-x_B=5-2=3$

$y_A-y_B=3+1=4$

إذن $\vec{BA}(3\ ,\ 4)$

$x_D-x_C=x_D+1$

$y_D-y_C=y_D+3$

إذن $\vec{CD}(x_D+1\ ,\ \ y_D+3)$

$\vec{BA}=\vec{CD}$

$x_D+1=3$

$x_D=3-1=2$

$y_D+3=4$

$y_D=4-3=1$

إذن $D(2\ ,1)$

E نظيرة B بالنسبة إلى C و منه C منتصف [BE]

$$x_C=\frac{x_B+x_E}{2}$$
$$-1=\frac{2+x_E}{2}$$
$$2+x_E=-2$$
$$x_E=-2-2=-4$$
$$y_C=\frac{y_B+y_E}{2}$$
$$-3=\frac{-1+y_E}{2}$$
$$y_E=-6+1=-5$$

إذن $E(-4\ ,-5)$

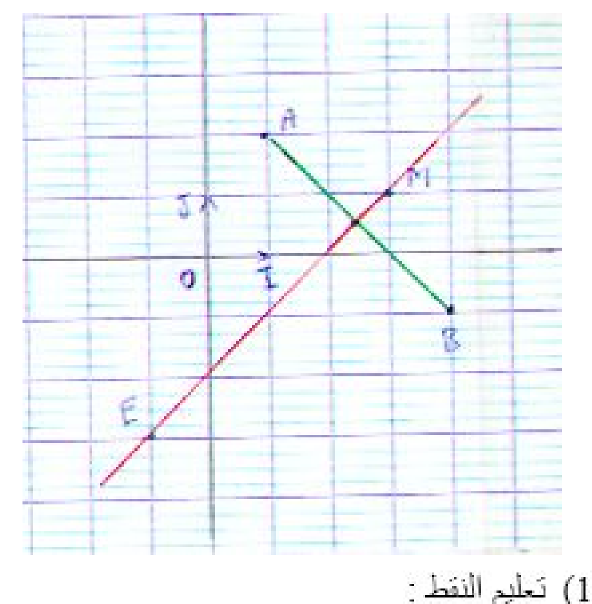
(3

في المثلث EBF بما أن C منتصف [EB] و (CD)//(BF) فان D منتصف [EF]

$$x_D=\frac{x_E+x_F}{2}$$
$$2=\frac{-4+x_F}{2}$$
$$x_F=4+4=8$$
$$y_D=\frac{y_E+y_F}{2}$$
$$1=\frac{-5+y_F}{2}$$
$$y_F=2+5=7$$

إذن $F(8\ ,7)$

التمرين 7



1) تعليم النقط :

2)

$$MA=\sqrt{(1-3)^2+(2-1)^2}=\sqrt{(-2)^2+1^2}$$
$$=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}.......(1)$$
$$MB=\sqrt{(4-3)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{1^2+(-2)^2}$$
$$=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}.......(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن: MA=MB

و منه M نقطة من محور [AB] .

3)

$$EA=\sqrt{(1+1)^2+(2+3)^2}=\sqrt{2^2+5^2}$$
$$=\sqrt{4+25}=\sqrt{29}......(3)$$
$$EB=\sqrt{(4+1)^2+(-1+3)^2}=\sqrt{5^2+2^2}$$
$$=\sqrt{25+4}=\sqrt{29}....(4)$$

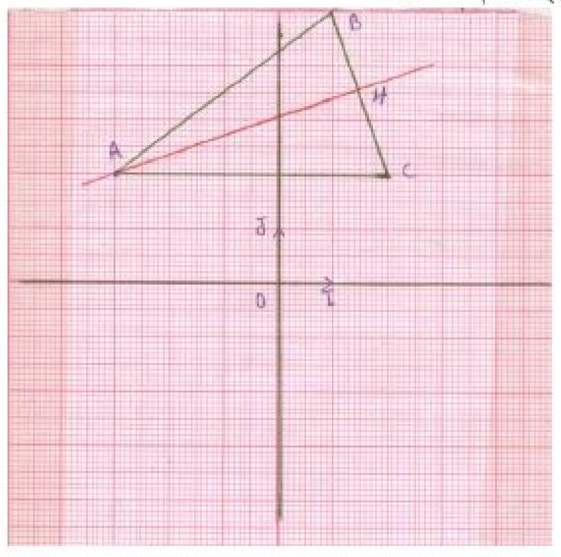
من (3) و(4) نستنتج أن: EA=EB

و منه E نقطة من محور [AB] .

بما أن M و E تنتميان إلى محور [AB] فان (ME) هو محور [AB] و منه (ME) يقطع [AB] في منتصفها .

التمرين 8

1) تعليم النقط :



2)

$$AB=\sqrt{(1+3)^2+(5-2)^2}=\sqrt{4^2+3^2}$$
$$=\sqrt{16+9}$$
$$=\sqrt{25}=5...........(1)$$
$$AC=\sqrt{(2+3)^2+(2-2)^2}=\sqrt{5^2+0^2}$$
$$=\sqrt{25}=5..........(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن: AB=AC

و منه المثلث ABC متساوي الساقين قاعدته [BC] .

3)

بما أن ABC متساوي الساقين قاعدته [BC] و (AH) محور فان [AH] متوسط ومنه H منتصف [BC] .

$$x_H=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}=1{,}5$$
$$y_H=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{5+2}{2}=\frac{7}{2}=3{,}5$$

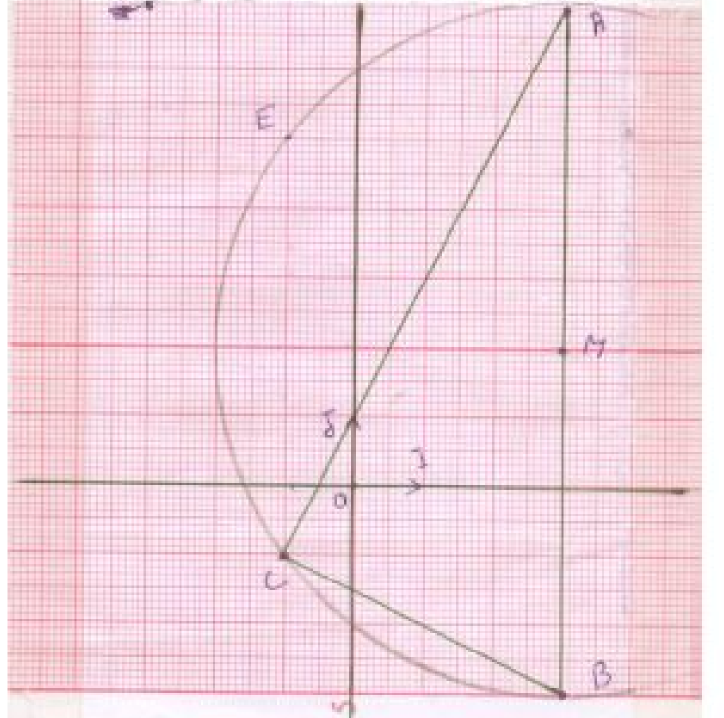
إذن $H(1{,}5\ ,\ 3{,}5)$

$$AH=\sqrt{\left(\frac{3}{2}+3\right)^2+\left(\frac{7}{2}-2\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}$$
$$=\sqrt{\frac{81}{4}+\frac{9}{4}}$$
$$=\sqrt{\frac{90}{4}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}cm$$

المعالم - تمارين

التمرين 9

1)



2)

*حساب احداثيي $\vec{BC}$:

$x_C - x_B = -1-3 = -4$

$y_C - y_B = -1+3 = 2$

إذن $\vec{BC}(-4\ ,\ 2)$

*حساب احداثيي $\vec{AC}$:

$x_C - x_A = -1-3 = -4$

$y_C - y_A = -1-7 = -8$

إذن $\vec{AC}(-4\ ,\ -8)$

*حساب احداثيي $\vec{AB}$:

$x_B - x_A = 3-3 = 0$

$y_B - y_A = -3-7 = -10$

إذن $\vec{AB}(0\ ,\ -10)$

3)

$$AB = \sqrt{(3-3)^2+(-3-7)^2} = \sqrt{0^2+(-10)^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$AC = \sqrt{(-1-3)^2+(-1-7)^2} = \sqrt{(-4)^2+(-8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(-1-3)^2+(-1+3)^2} = \sqrt{(-4)^2+2^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

4)

$AB^2 = 10^2 = 100$................(1)

$AC^2 + BC^2 = (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{20})^2 = 80+20 = 100$....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $AB^2 = AC^2 + BC^2$

و منه المثلث ABC قائم في C .

5)

بما أن ABC مثلث قائم في C و M هي مركز الدائرة المحيطة به فان M هي منتصف [AB] .

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{7+(-3)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن $M(3\ ,\ 2)$

$$AM = \sqrt{(3-3)^2+(2-7)^2} = \sqrt{0^2+(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

نصف قطر الدائرة (C) هو 5cm .

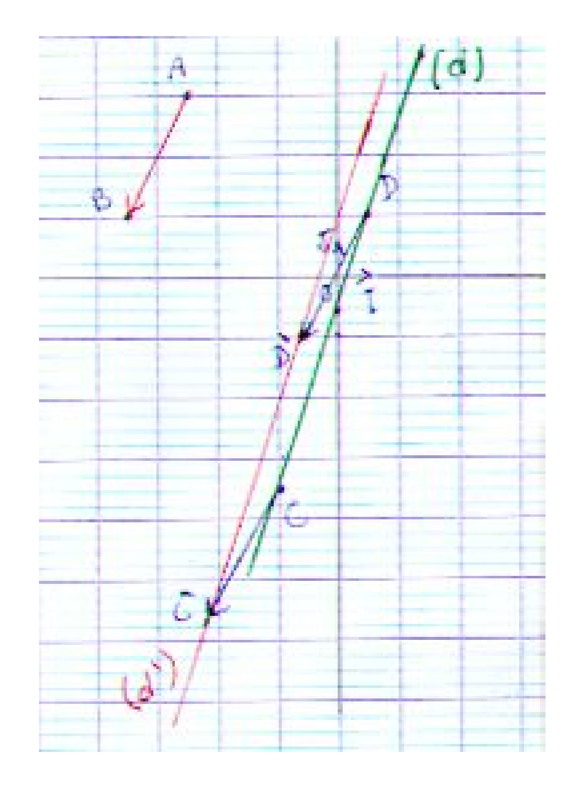
6)

$$ME = \sqrt{(-1-3)^2+(5-2)^2} = \sqrt{(-4)^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

بما أن ME=5 (أي ME يساوي نصف القطر) فان $E \in (C)$.

المعالم - مسائل

المسألة 1



1)

$F(-2)=3(-2)-1=-6-1=-7$

$F(1)=3\times1-1=3-1=2$

2)

بما أن F(-2)=-7 فان C(-2 , -7)

بما أن F(1)=2 فان D(1 , 2)

6)

حساب احداثيي $\vec{AB}$:

$x_B-x_A=-7+5=-2$

$y_B-y_A=2-6=-4$

إذن $\vec{AB}(-2\ ,-4)$

لدينا $\vec{AB}=\vec{CC'}=\vec{DD'}$

$x_{C'}-x_C=x_{C'}+2$

$y_{C'}-y_C=y_{C'}+7$

و منه $\vec{AB}=\vec{CC'}$

$$\begin{cases}x_{C'}+2=-2\\ y_{C'}+7=-4\end{cases}\qquad \begin{matrix}x_{C'}=-4\\ y_{C'}=-11\end{matrix}$$

إذن $C'(-4\ ,-11)$

$x_{D'}-x_D=x_{D'}-1$

$y_{D'}-y_D=y_{D'}-2$

و منه $\vec{AB}=\vec{DD'}$

$$\begin{cases}x_{D'}-1=-2\\ y_{D'}-2=-4\end{cases}\qquad \begin{matrix}x_{D'}=-1\\ y_{D'}=-2\end{matrix}$$

إذن $D'(-1\ ,-2)$

(d')يشمل النقطتين 'C و 'D

$g:x\to ax+b$

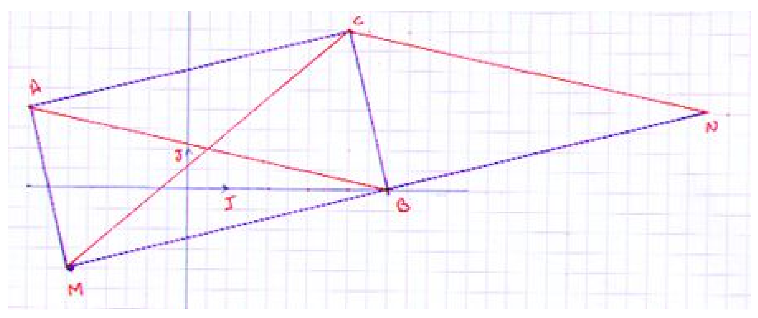
$$a=\frac{-2-(-11)}{-1-(-4)}=\frac{-2+11}{-1+4}=\frac{9}{3}=3$$

$-2=3(-1)+b$

$b=-2+3=1$

إذن $g:x\to 3x+1$

المسألة 2



1) تعليم النقط :

2)حساب الأطوال : AC , AB , BC

$AB = \sqrt{(5+4)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{9^2 + (-2)^2}$
$= \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$

$AC = \sqrt{(4+4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{8^2 + 2^2}$
$= \sqrt{64+4}$
$= \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$

$BC = \sqrt{(4-5)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 4^2}$
$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$AB^2 = (\sqrt{85})^2 = 85$..................(1)

$AC^2 + BC^2 = (\sqrt{68})^2 + (\sqrt{17})^2 = 68 + 17 = 85$...(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $AB^2 = AC^2 + BC^2$

و منه ABC مثلث قائم في C (حسب عكس نظرية فيتاغورث).

3)

*بما أن $\vec{CM} = \vec{CA} + \vec{CB}$ فان الرباعي ACBM متوازي أضلاع و بما أن $\hat{ACB} = 90°$ فان ACBM مستطيل .

*بما أن ACBM مستطيل فان $\vec{AM} = \vec{CB}$

$\begin{cases} x_M - x_A = x_M + 4 \\ y_M - y_A = y_M - 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x_B - x_C = 5 - 4 = 1 \\ y_B - y_C = 0 - 4 = -4 \end{cases}$

$\vec{AM} = \vec{CB}$ و منه

$\begin{cases} x_M + 4 = 1 \\ y_M - 2 = -4 \end{cases}$ $\quad x_M = -3$, $y_M = -2$

إذن $M(-3 , -2)$

4)

$S = AC \times CB = 2\sqrt{17} \times \sqrt{17} = 2 \times 17 = 34cm$

5)

N صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$ و منه $\vec{AB} = \vec{CN}$

$x_B - x_A = 5 + 4 = 9$

$y_B - y_A = 0 - 2 = -2$

إذن $\vec{AB}(9 , -2)$

$x_N - x_C = x_N - 4$

$y_N - y_C = y_N - 4$

إذن $\vec{CN}(x_N - 4 \ , \ y_N - 4)$

$\vec{AB} = \vec{CN}$ و منه

$\begin{cases} x_N - 4 = 9 \\ y_N - 4 = -2 \end{cases}$ $\quad x_N = 13$, $y_N = 2$

إذن $N(13 , 2)$

6)

$MN = \sqrt{(13+3)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{16^2 + 4^2}$
$= \sqrt{256+16}$
$= \sqrt{272} = 4\sqrt{17}$

$AM = \sqrt{(-3+4)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{1^2 + (-4)^2}$
$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$S = \frac{(AC + MN) \times AM}{2} = \frac{(2\sqrt{17} + 4\sqrt{17}) \times \sqrt{17}}{2}$
$= \frac{6\sqrt{17} \times \sqrt{17}}{2}$
$= \frac{6 \times 17}{2} = 51cm^2$

المسألة 3

1) تعليم النقط :

2)ABCD متوازي أضلاع معناه $\vec{AB} = \vec{DC}$

$x_B - x_A = 5 + 1 = 6$

$y_B - y_A = -1 + 5 = 4$

إذن (1)................$\vec{AB}(6\ ,\ 4)$

$x_C - x_D = 4 + 2 = 6$

$y_C - y_D = 7 - 3 = 4$

إذن (2)................$\vec{DC}(6\ ,\ 4)$

من (1) و(2) نستنتج أن: $\vec{AB} = \vec{DC}$

و منه الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

3)

$$AD = \sqrt{(-2+1)^2 + (3+5)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{1+64} = \sqrt{65}.......(3)$$

$$BD = \sqrt{(-2-5)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{49+16} = \sqrt{65}......(4)$$

من (3) و(4) نستنتج أن: AD=BD

و منه المثلث ABD متساوي الساقين قاعدته [AB] .

4)بما أن المثلث ABD متساوي الساقين قاعدته [AB] و [DI] متوسط فان (DI) ارتفاع و منه (AB)⊥(ID) .

5)حساب احداثيي I :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-5+(-1)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

إذن $I(\ 2\ ,\ -3\ )$

6)

$\vec{AB}(\ 6\ ,\ 4\ )$

$$AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$DI = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{4^2 + (-6)^2}$$

$$= \sqrt{16+36}$$

$$= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$S = AB \times DI = 2\sqrt{13} \times 2\sqrt{13} = 4 \times 13 = 52cm^2$$

7)*

$$AI = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13}$$

$$\tan B\hat{A}D = \frac{DI}{AI} = \frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = 2$$

$\tan B\hat{A}D = 2$ و منه $B\hat{A}D = 64^\circ$

*

$$B\hat{A}D + A\hat{B}C = 180^\circ$$

$$64^\circ + A\hat{B}C = 180^\circ$$

و منه $A\hat{B}C = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - تطبيقات

التطبيق 1

الأشكال (1) ، (3) تمثل دورانا مركزه o

الأشكال (2)، (4) ، (5) ، (6) لا تمثل دورانا مركزه o

التطبيق 2

(1) : الشكل (2) ليس بنفس طبيعة الشكل (1)

(2) : الشكل (2) لا يقايس الشكل (1)

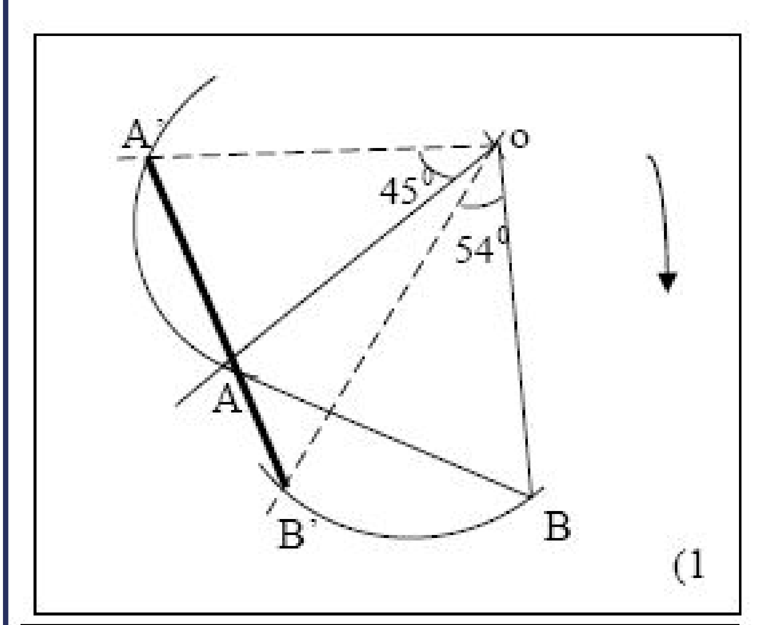
(3) : الشكل (2) ليس بنفس طبيعة الشكل (1)

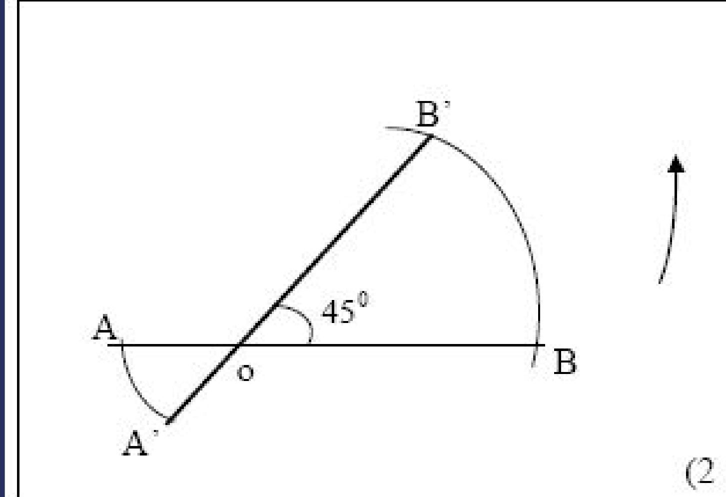
(4) : زاوية الدوران تختلف.

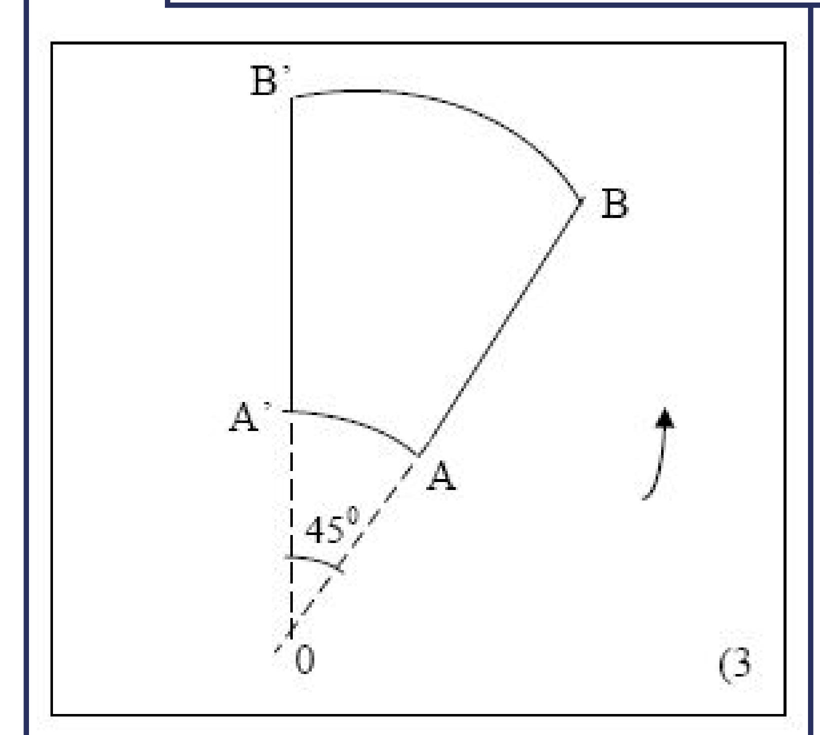
(5) : نقط الشكل (2) ليست على استقامية بينما الشكل (1) على استقامية .

(6) : الشكل (2) لا يقايس الشكل (1)

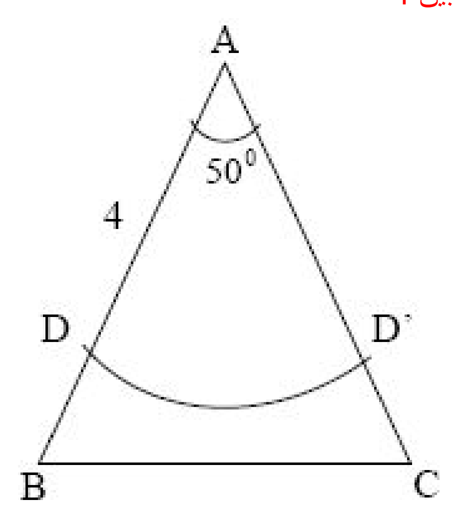
التطبيق 3







التطبيق 4



صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته 50^0 و اتجاهه من B نحو C هي النقطة C .

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا- تطبيقات

التطبيق 5

(1

(2

(3

(4

التطبيق 6

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا- تطبيقات

التطبيق 7

الشكل (1) : $A\hat{B}C$ زاوية محيطة لأن رأسها نقطة من الدائرة و [AB] ، [BC] وتران لهذه الدائرة.
الشكل (2) : $A\hat{B}C$ ليست زاوية محيطة لأن رأسها لا ينتمي إلى الدائرة.
الشكل (3) : $A\hat{B}C$ زاوية محيطة لأن (BC) مماس و [AB] وتر في الدائرة (C).

التطبيق 8

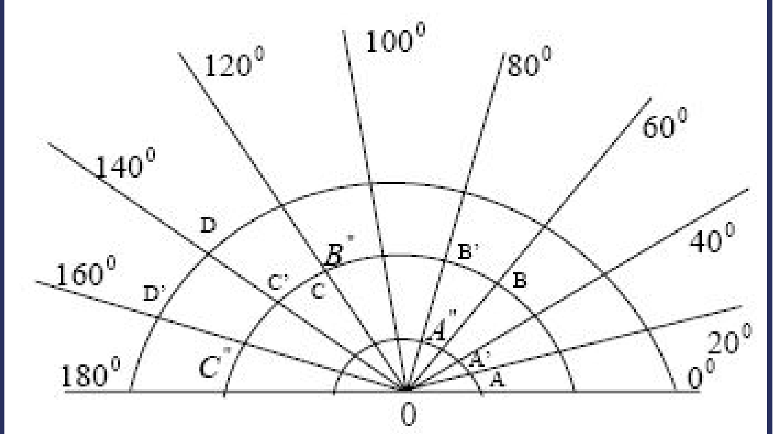
1) $H\hat{O}K$; $K\hat{O}J$
2) $A\hat{D}J$; $H\hat{J}D$; $H\hat{A}D$
3) $H\hat{A}D$; $H\hat{J}D$
4) $A\hat{E}F$ ليست زاوية مركزية لأن رأسها ليس مركز الدائرة و ليست زاوية محيطة لأن رأسها لا ينتمي إلى الدائرة.

التطبيق 9

1) الزوايا المحيطة التي تحصر القوس $\widehat{CE}$ هي: $C\hat{B}E$, $C\hat{F}E$
2) الزوايا المحيطة التي تحصر القوس $\widehat{AB}$ هي $A\hat{D}B$, $A\hat{E}B$
3) الزوايا المركزية :
$D\hat{O}E$, $A\hat{O}B$, $B\hat{O}D$, $A\hat{D}E$

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - تمارين

التمرين 1



1) تعيين الصور:

2)

$A'B' = AB = 1,3cm$, $B'C' = BC = 2cm$

$C\hat{B}A = 103^0$, $C'\hat{B}'A' = C\hat{B}A = 103^0$

التمرين 2

1) صورة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته 30^0 هي: B

2) صورة M بالدوران الذي مركزه O و زاويته 90^0 هي: Q

3) صورة C بالدوران الذي مركزه O و زاويته 120^0 هي: G

4) صورة L بالدوران الذي مركزه O و زاويته 150^0 هي: F

5) صورة Q بالدوران الذي مركزه O و زاويته 150^0 هي: W

6) صورة Z بالدوران الذي مركزه O و زاويته 240^0 هي: V

7) صورة C بالدوران الذي مركزه O و زاويته 180^0 هي: I

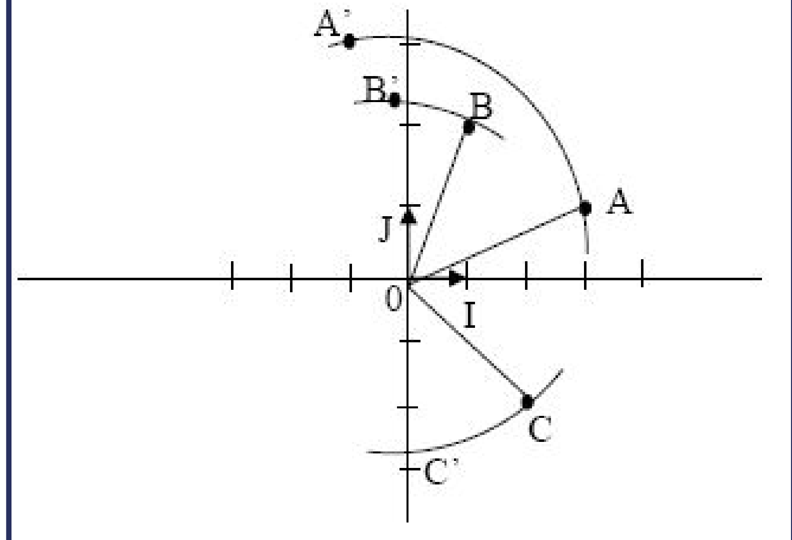
التمرين 3

1) $A(3\ ,\ 1)$ ، $B(1\ ,\ 2)$ ، $C(2\ ,\ -2)$

2) $A'(-1\ ,\ 3)$

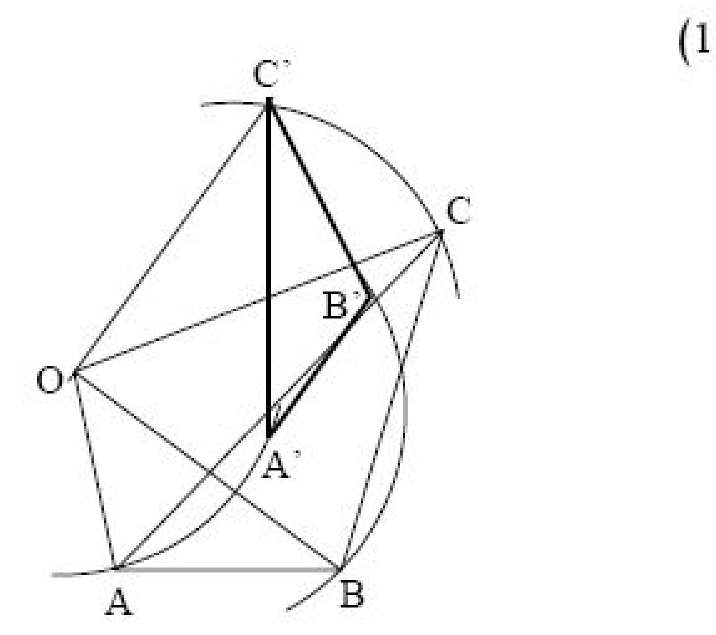
3) $B(-0,1\ ,\ 2,3)$

4) $C'(0\ ,\ -2,8)$



التمرين 4

1)



2) $B'A'C' = 45^0$

3) $A'B' = 3cm$ ، $A'C' = 6cm$

4) القطعتان[CB] ، [C'B'] لهما نفس الطول.

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - تمارين

التمرين 5

$\hat{BOC} = 2\hat{BAC} = 2\times 30 = 60^0$

بما أن $OC = OB = r$ فان

$\hat{OCB} = \hat{OBC}$..........(1)

بما أن $\hat{BOC} = 60^0$ فان

$\hat{OCB} + \hat{OBC} = 120^0$..........(2)

من (1) و (2) نستنتج أن $\hat{OCB} = \hat{OBC} = 60^0$

بما أن $\hat{BOC} = \hat{OCB} = \hat{OBC} = 60^0$ فان المثلث OBC متقايس الأضلاع.

التمرين 6

$\hat{AOB} = 2\hat{ACB} = 2\times 35 = 70^0$

$\hat{ADB} = \frac{1}{2}\hat{AOB} = \frac{1}{2}\times 70 = 35^0$

$\hat{DCA} = \hat{DCB} - \hat{ACB} = 90 - 35 = 55^0$

$\hat{AOD} = 2\hat{ACD} = 2\times 55 = 110^0$

التمرين 7

$\hat{CBD} = 180 - 130 = 50^0$

$\hat{DCA} = 180 - (50+50) = 80^0$

$\hat{AEB} = \hat{ACD} = 80^0$

(زاويتان محيطيتان مشتركتان في نفس القوس)

التمرين 8

1) $y = \frac{1}{2}x$

2) $y = \frac{180-2x}{2} = 90^0 - x$

التمرين 10

1) $\hat{AEB} = \frac{1}{2}\hat{AOB} = \frac{70}{2} = 35^0$

2) $\hat{BOC} = 2\hat{BDC} = 2\times 30 = 60^0$

بما أن $OC = OB = r$ فان $\hat{OCB} = \hat{OBC}$..........(1)

$\hat{OCB} + \hat{OBC} = 180 - \hat{BOC}$

$= 180 - 60$

$= 120^0$..........(2)

من (1) و (2) نستنتج أن $\hat{OCB} = \hat{OBC} = 60^0$

إذن $\hat{BOC} = \hat{OCB} = \hat{OBC} = 60^0$

3)

$\hat{ADB} = \frac{1}{2}\hat{AOB} = \frac{70}{2} = 35^0$

$\hat{ADC} = \hat{ADB} + \hat{BDC} = 35 + 30 = 65^0$

التمرين 11

F نقطة تقاطع (OB) و الدائرة.

$\hat{AOB} = \frac{360}{8} = 45^0$

$\hat{ABC} = \hat{ABO} + \hat{OBC}$

$= \frac{1}{2}\hat{AOK} + \frac{1}{2}\hat{COK}$

$= \frac{45\times 3}{2} + \frac{45\times 3}{2}$

$= 67{,}5 + 67{,}5$

$= 135^0$

التمرين 12

$\hat{IAB} = \hat{IBA} = \frac{180-90}{2} = 45^0$

$\hat{HAB} = 180 - 45 = 135^0$

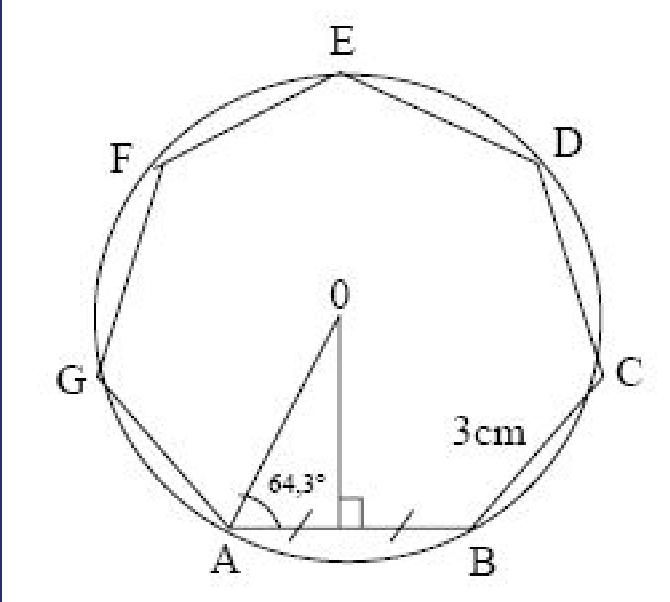
$\hat{HAB} = \hat{ABC} = \hat{CDE} = \hat{DEF} = \hat{EFG} = \hat{FGH} = \hat{GHA}$

$= \hat{HAB} = 135^0$

هذا المضلع الثماني ليس منتظم لأن أضلاعه ليس لها نفس الطول.

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - تمارين

التمرين 13



التمرين 14

$$A\hat{O}B = \frac{360}{10} = 36^0$$

بما أن [OK] متوسط في المثلث المتساوي الساقين AOB فان (OK) محور متعلق بـــ [AB] و [OK] منصف الزاوية $A\hat{O}B$ إذن :

$$A\hat{O}K = \frac{A\hat{O}B}{2} = \frac{36}{2} = 18^0$$

$$\sin A\hat{O}K = \frac{AK}{OA}$$

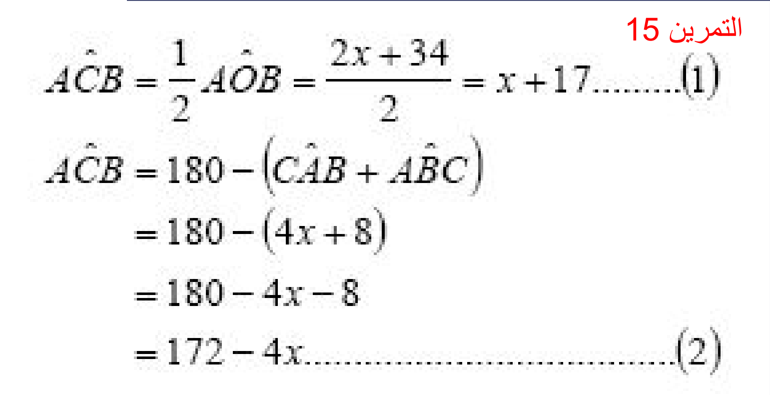
$$\sin 18^0 = \frac{AK}{2,5}$$

$$0,3 = \frac{AK}{2,5}$$

$$AK = 2,5 \times 0,3 = 0,75$$

$$AB = 2AK = 2 \times 0,75 = 1,5cm$$

التمرين 15



$$A\hat{C}B = \frac{1}{2}A\hat{O}B = \frac{2x+34}{2} = x+17 \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$A\hat{C}B = 180 - \left(C\hat{A}B + A\hat{B}C\right)$$
$$= 180 - (4x+8)$$
$$= 180 - 4x - 8$$
$$= 172 - 4x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن $x+17 = 172-4x$

و منه $x + 4x = 172 - 17$

$$5x = 155$$

$$x = \frac{155}{5} = 31^0$$

$$A\hat{O}B = 2\times 31 + 34 = 62 + 34 = 96^0$$

$$A\hat{C}B = \frac{1}{2}A\hat{O}B = \frac{96}{2} = 48^0$$

التمرين 16

1) صورة المثلث OAB بالتناظر المحوري بالنسبة إلى (DA) هو المثلث OAF .

2) صورة المثلث OAB بالتناظر المركزي بالنسبة إلى o هو المثلث ODE .

3) صورة المثلث OAB بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FE}$ هو المثلث DOC .

4) صورة المثلث OAB بالدوران الذي مركزه O و الزاوية 60° في الاتجاه السالب هو المثلث OFA .

التمرين 17

$$A\hat{O}B = \frac{360}{10} = 36^0$$

الزوايا المركزية المعينة متقايسة و قيس كل واحدة يساوي 36° .

$$D\hat{A}H = \frac{1}{2}D\hat{O}H = \frac{4\times 36}{2} = 72^0$$

$$A\hat{D}H = \frac{1}{2}A\hat{O}H = \frac{3\times 36}{2} = 54^0$$

$$A\hat{H}D = \frac{1}{2}A\hat{O}D = \frac{3\times 36}{2} = 54^0$$

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا -مسائل

المسألة 1

1) صورة السداسي المنتظم 2 بالتناظر المركزي الذي مركزه I هو السداسي 9 .

2) صورة السداسي المنتظم 7 بالتناظر المحوري الذي محوره (AB) هو السداسي 4 .

3) صورة السداسي المنتظم 3 بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BF}$ هو السداسي 6 .

4) صورة السداسي المنتظم 10 بالدوران الذي مركزه A و زاويته 120° في الاتجاه الموجب هو السداسي 2 .

المسألة 2

F_2 صورة F بالدوران الذي مركزه O و زاويته 75° وهو مجموع القيسين 30° و 45° في الاتجاه الموجب.

المسألة 3

(1
$$D\hat{O}E = \frac{360}{5} = 72^0$$
$$A\hat{O}C = 72 \times 2 = 144^0$$

(2
$$D\hat{A}E = \frac{1}{2} D\hat{O}E = \frac{72}{2} = 36^0$$
$$D\hat{C}E = \frac{1}{2} D\hat{O}E = \frac{72}{2} = 36^0$$
$$A\hat{E}C = \frac{1}{2} A\hat{O}C = \frac{144}{2} = 72^0$$
$$A\hat{D}C = \frac{1}{2} A\hat{O}C = \frac{144}{2} = 72^0$$

(3
$$\begin{aligned} A\hat{F}E &= 180 - (A\hat{E}C + D\hat{A}E) \\ &= 180 - (72 + 36) \\ &= 180 - 108 \\ &= 72^0 \end{aligned}$$

بما أن $A\hat{E}C = 72^0$ ، $A\hat{F}E = 72^0$ فان $A\hat{E}C = A\hat{F}E$

ومنه المثلث AEF متساوي الساقين قاعدته [EF]

$$\begin{aligned} C\hat{F}D &= 180 - (D\hat{C}E + A\hat{D}C) \\ &= 180 - (36 + 72) \\ &= 180 - 108 \\ &= 72^0 \end{aligned}$$

بما أن $C\hat{F}D = 72^0$ و $A\hat{D}C = 72^0$ فان $A\hat{D}C = C\hat{F}D$ ومنه المثلث DCF متساوي الساقين.

4)بما أن ABCDE خماسي منتظم فان :

AB=BC=AE=DC................(1)

بما أن EAF مثلث متساوي الساقين فان

AF=AE...................(2)

بما أن DCF مثلث متساوي الساقين فان

DC=CF.....................(3)

من (1) و(2) و(3) نستنتج أن:

AB=BC=AF=CF

ومنه الرباعي ABCF معين.

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا -مسائل

المسألة 4

نسبة مساحة المثلث إلى نسبة مساحة السداسي المنتظم هي $\frac{1}{2}$.
أي مساحة المثلث تساوي نصف مساحة السداسي المنتظم.

المسألة 5

1) $AB = \frac{150}{10} = 15m$

2) $A\hat{O}B = \frac{360}{10} = 36^0$

بما أن المثلث OAB متساوي الساقين قاعدته [AB] لأن $OA = OB = r$ فان :

$$O\hat{A}B = \frac{180-36}{2} = 72^0$$

3) في المثلث المتساوي الساقين OAB ، بما أن [OK] ارتفاع متعلق بالقاعدة فان [OK] منصف للزاوية $A\hat{O}B$ و (OK) محور.

إذن:

$$A\hat{O}K = \frac{A\hat{O}B}{2} = \frac{36}{2} = 18^0$$

$$AK = \frac{AB}{2} = \frac{15}{2} = 7,5m$$

$$\tan A\hat{O}K = \frac{AK}{OK}$$

$$\tan 18^0 = \frac{7,5}{OK}$$

$$3,07 = \frac{7,5}{OK}$$

$$OK = \frac{7,5}{3,07} = 2,44m$$

4) مساحة المثلث OAB :

$$S = \frac{AB \times OK}{2} = \frac{15 \times 2,44}{2} = 18,30m^2$$

مساحة العشاري:

$$S = 18,30 \times 10 = 183m^2$$

المسألة 6

T منتصف [AB]

$$A\hat{O}B = \frac{360}{6} = 60^0$$

بما أن AOB مثلث متساوي الساقين قاعدته [AB] لأن $OA = OB = r$ (r نصف قطر الدائرة الخارجية)

فان [OT) منصف $A\hat{O}B$

$$A\hat{O}K = \frac{A\hat{O}B}{2} = \frac{60}{2} = 30^0$$

OA نصف قطر الدائرة الخارجية

OT نصف قطر الدائرة الداخلية

$$S = \pi(OK)^2$$

$$S' = \pi(OA)^2$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{\pi(OK)^2}{\pi(OA)^2} = \left(\frac{OK}{OA}\right)^2$$

$$= \left(\cos A\hat{O}K\right)^2$$

$$= \cos^2 30^0$$

$$= 0,75$$

الهندسة الفضائية - تطبيقات

التطبيق 1

OA=3 cm , OC=3 cm , CB=6 cm

OE(لا يمكن) , OD=3 cm .

التطبيق 2

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \times 22^2 = 4\pi \times 484 = 1936\pi\ cm^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 22^3 = \frac{4}{3}\pi \times 10648 = \frac{42592}{3}\pi\ cm^3$$

التطبيق 3

بما أن [AB] قطر لدائرة من دوائر الكرة و C تنتمي إلى هذه الدائرة فإن المثلث A B C قائم في C منه $AB^2 = AC^2 + CB^2$ نظرية فيثاغورث

منه

$$5^2 = AC^2 + 4^2$$

$$25 = AC^2 + 16$$

$$AC^2 = 25 - 16$$

$$AC^2 = 9$$

$$AC = \sqrt{9}$$

منه AC =3 cm

التطبيق 4

$$16\pi = 4\pi R^2 \quad , \quad S = 4\pi R^2$$

$$R^2 = \frac{16\pi}{4\pi}$$

$$R^2 = 4$$

منه $R = \sqrt{4} = 2cm$

التطبيق 5

$$V = \frac{4}{3}\pi R^2 \qquad 288\pi = \frac{4}{3}\pi R^3$$

منه $R^3 = \dfrac{288\pi}{\frac{4}{3}\pi} = 288 \times \dfrac{3}{4} = 216$

منه $R = 6cm$

التطبيق 6

الأشكال مرقمة من اليمين إلى اليسار:

حجم الشكل (1) = حجم الأسطوانة + حجم الكرة

$$V_1 = 3.14 \times 1^2 \times 5 + \frac{4}{3} \times 3.14 \times 2^3$$

$$= 15.7 + 33.49$$

$$= 49.19 cm^3$$

حجم الشكل (2) = حجم نصف الكرة +حجم مخروط الدوران:

$$V_2 = \frac{\frac{4}{3} \times 3.14 \times 1^3}{2} + \frac{3.14 \times 1^2 \times 7}{3}$$

$$= \frac{12.56}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{21.98}{3}$$

$$= 2.09 + 7.32$$

$$= 9.41\ cm^3$$

حجم الشكل (3) =حجم الموشور القائم +حجم الهرم:

$$V_3 = 6\sqrt{3} \times 5 + \frac{6\sqrt{3} \times 7}{3}$$

$$= 30\sqrt{3} + 14\sqrt{3}$$

$$= 11\sqrt{3}\ cm^3$$

الهندسة الفضائية - تطبيقات

التطبيق 9

الشكل (1)، الشكل (3).

التطبيق 10

الشكل (1)، من اليمين.

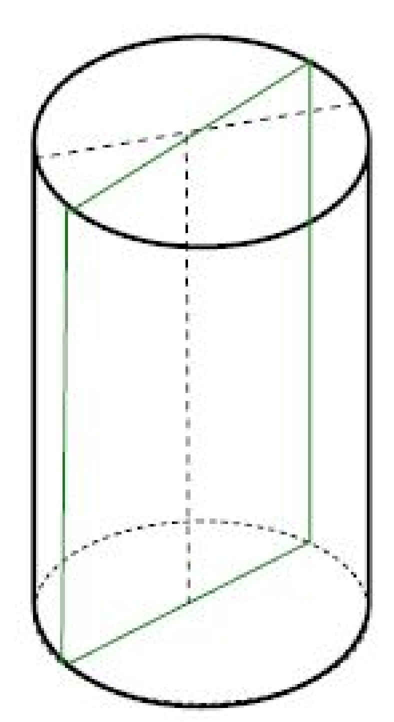
التطبيق 11

الشكل (3)

التطبيق 12

الشكل (3)

التطبيق 13



التطبيق 14

$$S = 4^2 \times 18.5 = 16 \times 18.5 = 296\,m^2$$

التطبيق 15

$$S = 12 \times \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3\,m^2$$

التطبيق 16

1. $V = \frac{\pi \times (51)^2 \times 33}{3} = 3.14 \times 2601 \times 11 \approx 89838.54\,cm^3$

2. $V = \frac{89838.54}{27} \approx 3327.35\,cm^3$

التطبيق 17

التحويل هو تكبير للشكل.

نرمز للمعامل بـــ K نجد:

$$16.5 \times K^2 = 103.125$$

منه $K^2 = \frac{103.125}{16.5}$

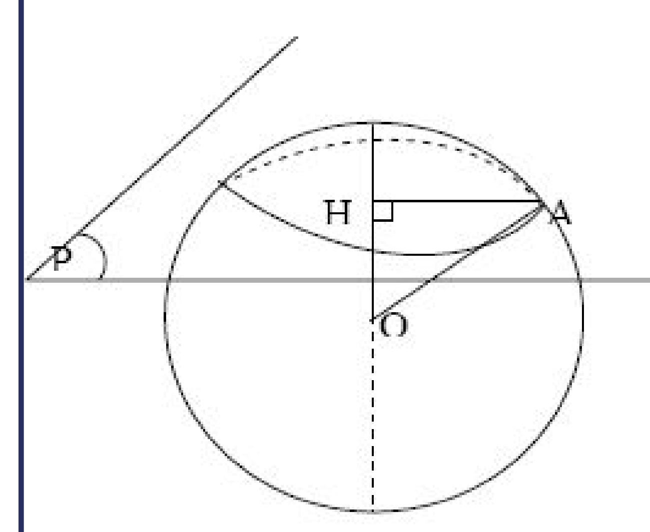
منه $K^2 = 6.25$ منه $K = \sqrt{6.25} = 2.5$

التطبيق 18

$$V = \frac{2000}{5^3} = 15\,cm^3$$

الهندسة الفضائية - تمارين

التمرين 1

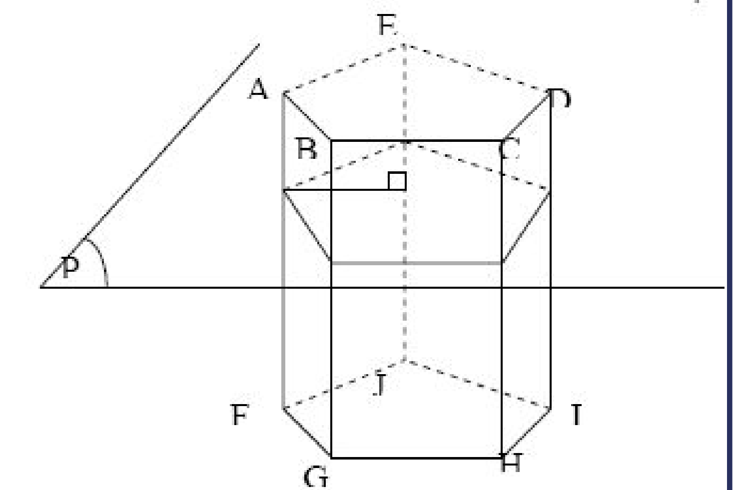


r هو نصف قطر دائرة القطع

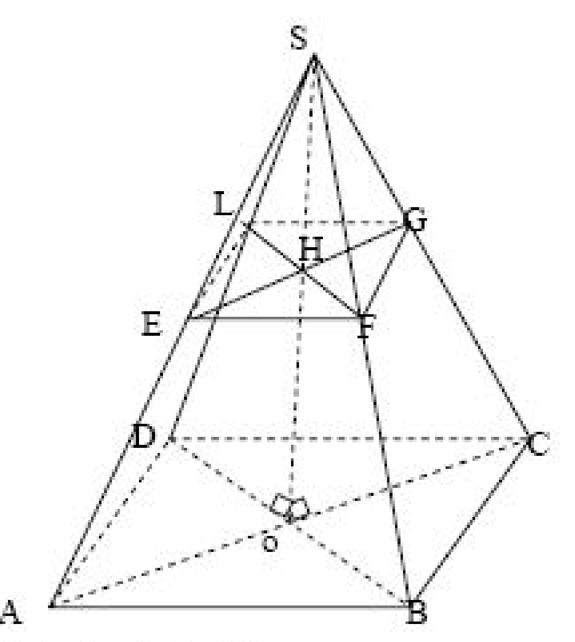
$$r = \sqrt{R^2 - OH^2}$$
$$= \sqrt{4^2 - 3^2}$$
$$= \sqrt{16 - 9}$$
$$r = \sqrt{7} cm$$

التمرين 2

طبيعة المقطع هو خماسي موازي لقاعدة الموشور له نفس أبعاد القاعدة



التمرين 3



$SH = SO - HO = 5 - 2 = 3$

حسب $\frac{SH}{SO} = \frac{SF}{SB} = \frac{FG}{BC}$ نظرية طالس نجد:

منه $\frac{3}{5} = \frac{FG}{5}$ منه $FG = 3 cm$

إذن: $FG = GL = EL = EF = 3 cm$

التمرين 4

1) التكبير الذي يضاعف المساحات 4مرات هو التكبير ذو السلم k=2 (صحيح)

2) التصغير لا يحافظ على طبيعة الأشكال
التصغير لا يحافظ على طبيعة الأشكال

3) صغرنا جلة نصف قطرها 30cm ثلاث مرات الجلة المتحصل عليها نصف قطرها 5cm.
نصف قطرها 10cm.

4) كبرنا جلة حجمها $10 cm^3$ فتحصلنا على جلة حجمها $270 cm^3$ ، سلم التكبير هو k=2
سلم التكبير هو k=3.

5) مضلع محيطه 100cm.صغرناه 5 مرات محيط المضلع المتحصل عليه هو 20cm.
(صحيح).

الهندسة الفضائية - تمارين

التمرين 5

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

منه: $36\pi=\frac{4}{3}\pi R^3$: ومنه $108\pi=4\pi R^3$ ومنه: $R^3=\frac{108}{4}$

ومنه: $R^3=27$

$R=3m^3$

$s=4\pi R^2$ ومنه : $s=4\pi\times 3^3$ ومنه : $s=36\pi m^2$

التمرين 6

1) $s=35\times 35=1225cm^2$

2) $v=\frac{1225\times 20}{3}\approx 8166{,}66cm^3$

3) أ) معامل التصغير هو $\frac{1}{5}$

ب) حجم الهرم المصغر:

$v=8155{,}66\times\frac{1}{5^3}\approx 65{,}33$

إرتفاع الهرم المصغر: $65{,}33cm^2=\frac{7^2\times n}{3}$

منه $49h=195.99$

منه

$h=\frac{195.99}{49}\approx 4\,cm$

التمرين 7

حساب BD:

1) نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم A B D نجد:

$BD^2=AB^2+AD^2$

$=6^2+6^2$

$=36+36$

$BD^2=72$

منه

$BD=\sqrt{72}=6\sqrt{2}cm$

حساب مساحة المثلث A B D:

$S=\frac{AB\times AD}{2}=\frac{6\times 6}{2}=\frac{36}{2}=18cm^2$

2) نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث A E F نجد:

$EF^2=AE^2+AF^2$

$EF^2=2^2+2^2$

$EF^2=4+4$

$EF^2=8$

منه $EF=\sqrt{8}=2\sqrt{2}cm$

بما أن: $6\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=2\sqrt{2}$

أي $BD\times\frac{1}{3}=EF$

فإننا نضرب BD في $\frac{1}{3}$ للحصول على EF

بما أن : $EF=\frac{1}{3}BD$, $AE=\frac{1}{3}AB$, $AF=\frac{1}{3}AD$

فإن المثلث A E F تصغير للمثلث A B D $\frac{1}{3}$ هو معامل التصغير.

إذن نضرب مساحة المثلث A B D في $\frac{1}{3^2}$ أي $\frac{1}{9}$ للحصول على مساحة المثلث A E F

الهندسة الفضائية - تمارين

التمرين 8

1) نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم A B C نجد:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 8^2 + 6^2$$
$$AC^2 = 64 + 36$$
$$AC^2 = 100$$

منه $AC = \sqrt{100}$ منه $AC = 10\,cm$

2) بما أن $(FG)//(DC)$ حسب نظرية طالس نجد:

$\frac{AD}{AG} = \frac{AC}{AF}$ منه $\frac{6}{AE} = \frac{10}{13}$

منه $AG = \frac{6\times 13}{10}$ منه $AG = 7.8cm$

بما أن $(FG)//(DC)$ حسب نظرية طالس نجد:

$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF}$ منه $\frac{8}{AE} = \frac{10}{13}$

منه $AG = \frac{8\times 13}{10}$ منه

$AE = 10.4cm$

3) نرمز لمعامل التكبير بـــ K نجد:

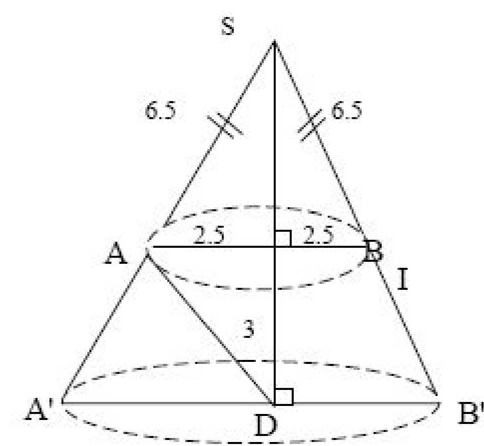
$$AC \times k = AF$$
$$10 \times k = 13$$

منه $k = \frac{13}{10}$

منه $k = 1.3$

التمرين 9

1)



2) أ) بما أن المثلث S A B متساوي الساقين قاعدته $[AB]$ و$[SI]$ عمود فإن (SI) متوسط منه I منتصف [AB] منه $AI = \frac{AB}{2}$ منه $AI = \frac{5}{2}$

ب) بما أن المثلث A I S قائم في I فإن:

$$Sin\,I\hat{S}A = \frac{AI}{SA} = \frac{2.5}{6.5} \approx 0.38$$

منه $I\hat{S}A \approx 22°$

جـ) بما أن المثلث A I D قائم في I فإن:

$$\tan I\hat{A}D = \frac{ID}{AI} = \frac{3}{2.5} = 1.2$$

منه $I\hat{A}D \approx 52°$

د) نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث A I S نجد:

$$AS^2 = AI^2 + SI^2$$

منه $(6.5)^2 = (2.5)^2 + SI^2$

منه $42.25 = 6.25 + SI^2$

منه $SI^2 = 24.25 - 6.25$

منه $SI^2 = 36$

منه $SI = \sqrt{36}$ منه $SI = 6\,cm$

3) بما أن S A B مثلث متساوي الساقين قاعدته [AB] و (SI) متوسط فإن (SI) محور [AB] بما أن $D\in$[AB] فإن D متساوية البعد عن طرفي [AB] أي AD = BD.

4) بما أن $(AI)//(DA')$ حسب نظرية فيثاغورث نجد :

$$\frac{SD}{SI} = \frac{DA'}{IA}\,..........(1)$$

$$\frac{SD}{SI} = \frac{6+3}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}\,..............(2)$$

من(1) و (2) نستنتج أن: $\frac{DA'}{IA} = \frac{3}{2}$

5) أ) * $V = \frac{\pi R^2 \times SI}{3} = \frac{\pi \times 6.25 \times 6}{3}$

$= 12.5\pi\, cm^3$

* $V = 12.5 \times 3.14$

$= 39\, cm^3$

ب) $SD = SI + ID$

$= 6 + 3$

$= 9$

نرمز لمعامل التكبير بـــ k نجد: $SI \times k = SD$

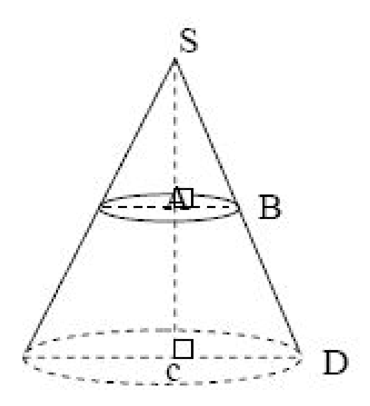
منه $6 \times k = 9$ منه $k = \frac{9}{6} = 1.5$

إذن : $V' = (1.5)^2 V$

منه $V' = 3.375V$

الهندسة الفضائية - مسائل

المسألة 1



نرمز لنصف قطر قاعدة المقطع الدائري بـــ AB

نرمز لنصف قطر قاعدة المخروط الدوراني بـــ AD

نرمز لمساحة قاعدة المقطع الدائري بـــ S

نرمز لمساحة قاعدة المخروط الدوراني بـــ'S

بما أن $(AB)//(CD)$ حسب نظرية طالس نجد:

$\frac{SA}{SC}=\frac{AB}{CD}$ منه $\frac{n}{H}=\frac{AB}{CD}$ ....(1)

لدينا : $S=\frac{1}{4}S'$ منه $\pi R^2=\frac{1}{4}\pi R'^2$

منه $4R^2=R'^2$ منه $\frac{R^2}{R'}=\frac{1}{4}$

منه $\left(\frac{R}{R'}\right)^2=\frac{1}{4}$ منه $\frac{R}{R'}=\sqrt{\frac{1}{4}}$

منه $\frac{R}{R'}=\frac{1}{2}$ منه $\frac{AB}{CD}=\frac{1}{2}$ ....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $\frac{n}{h}=\frac{1}{2}$

المسألة 2

1) بما أن $(AC)//(A'C')$ حسب نظرية طالس نجد:

$\frac{SC'}{SC}=\frac{SA'}{SA}$ منه $\frac{SC'}{9}=\frac{8}{12}$

منه $SC'=\frac{9\times 8}{12}$ منه $SC'=6\,m$

2) الهرم 'S A' B' C هو تصغير للهرم S A B C .

نرمز لمعامل التصغير بـــ k نجد:

$SC\times k=SC'$

منه $9\times k=6$

$k=\frac{6}{9}$ منه $k=\frac{2}{3}$

نرمز لمساحة المثلث A B C بـــ s ومساحة المثلث 'A' B' C بـــ 's نجد:

$S'=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times S$

منه $S'=\frac{4}{9}\times 64$

$S'\approx 28.44\,m^2$

نرمز لحجم الهرم S A B C بـــ v وحجم الهرم 'S' A' B' C بـــ 'v نجد:

$v'=\left(\frac{2}{3}\right)^3\times v$

منه $v'=\frac{8}{27}\times 192$

$v'\approx 56.88\,m^3$

المسألة 3

حجم الماء المزاح يساوي حجم الكرة.

$$v = \frac{4}{3}\pi R^3$$

حجم الكرة: $= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 1^3$

$$= 4.19\, cm^3$$

إذن حجم الماء المزاح هو $4.19\, cm^3$

$$v = \pi R^2 \times h$$

منه $4.19 = 3.14 \times (2.5)^2 \times h$

منه $h = \dfrac{4.19}{3.14 \times 6.25}$

$$h = 0.21\, cm$$

المسألة 4

حجم نصف الجلة:

$$V_1 = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 5^3}{2}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \times 3.14 \times 125}{2} \approx 261.66\, mm^3$$

حجم المخروط الدوراني:

$$V_2 = \frac{\pi \times (1.5)^2 \times 10}{3}$$

$$= \frac{3.14 \times 2.25 \times 10}{3} \approx 23.55\, mm^3$$

حجم الدبوس:

$$V = V_1 + V_2$$

$$= 261.66 + 23.55$$

$$= 285.21\, mm^3$$

$$= 0.29\, cm^3$$

كتلة الدبوس:

$$M = 0.29 \times 7.86$$

$$= 2.3\, g$$

المسألة 5

ارتفاع الحساء: $h = \frac{2}{3} \times 15 = 10\, cm$

حجم الحساء:

$$V = \pi R^2 \times h$$

$$= 3.14 \times (12.5)^2 \times 10$$

$$= 3.14 \times 156.25 \times 10$$

$$= 4906.25\, cm^3$$

كمية الحساء المستهلك:

$$V = 4906.25 - \frac{1}{5} \times 4906.25$$

$$= 4906.25 - 981.25$$

$$= 3925\, cm^3$$

حجم الجزء السفلي من المخزن:

$$V' = \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times R^3}{2}$$

$$V' = \frac{\frac{4}{3} \times 3.14 \times 5^3}{2} = \frac{0.75 \times 3.14 \times 125}{2}$$

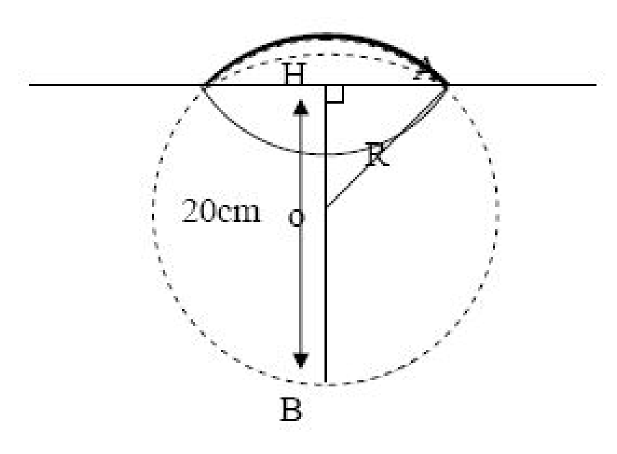
$$V' \approx 261.66\, cm^3$$

$$3925 \div 261.66 \approx 15$$

إذن تستعمل أم علي المغرف لإطعام عائلتها 15 مرّة.

الهندسة الفضائية - مسائل

المسألة 6



$R = \frac{28}{2} = 14\,cm$

$OH = 20 - 14 = 6\,cm$

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث O H A نجد:

$OA^2 = OH^2 + HA^2$

منه $14^2 = 6^2 + HA^2$

منه $HA^2 = 196 - 36$

منه $HA^2 = 160$

منه $HA = \sqrt{160}$ منه $HA = 4\sqrt{10}$

مساحة المقطع:

$S = \pi R^2$

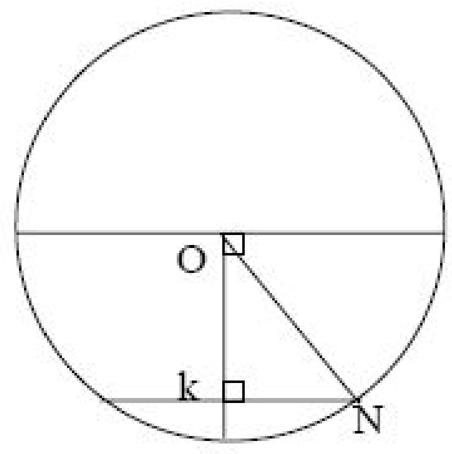
$= 3.14 \times HA^2$

$= 3.14 \times \left(4\sqrt{10}\right)^2$

$= 3.14 \times 160$

$502.4\,cm^2$

المسألة 7



$R = \frac{15}{2} = 7.5\,cm \qquad KN = \frac{8}{2} = 4\,cm$

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث O k N نجد:

$ON^2 = OK^2 + KN^2$

منه $(7.5)^2 = OK^2 + 4^2$

منه $OK^2 = 56.25 - 16$

منه $OK = \sqrt{40.25}$

منه $OK \approx 6.34$

$KM = OM - OK$

$KM = 7.5 - 6.34$

$KM \approx 1.16\,cm$

الهندسة الفضائية - مسائل

المسألة 8

مساحة المثلث A B C :

$$S=\frac{AC\times AB}{2}=\frac{3\times 4}{2}=6\,cm^2$$

نرمز لمعامل التكبير بـــ k نجد:

$$6\times k^2=54$$

منه $k^2=\frac{54}{6}$

منه $k^2=9$

$$k=\sqrt{9}=3\,cm$$

$$A'C'=4\times 3=12\,cm$$

$$A'B'=3\times 3=9\,cm$$

المسألة 9

حجم الجلة التي نصف قطرها 10cm:

$$V=\frac{4}{3}\times 3.14\times 10^3$$

$$\approx 4186.66\,cm^3$$

حجم الجلة التي نصف قطرها 30cm:

$$V=\frac{4}{3}\times 3.14\times 30^3$$

$$\approx 113039.99\,cm^3$$

كتلة الجلة التي نصف قطرها 30cm:

$$4186.66\rightarrow 300g$$

$$113039.99\rightarrow xg$$

$$x=\frac{113039.99\times 300}{4186.66}$$

$$=8100g$$

$$=8.1kg$$